

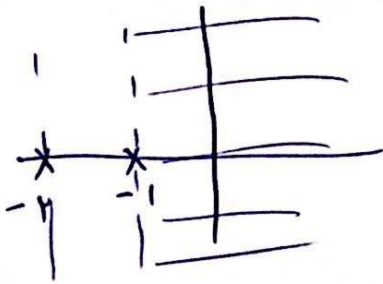
۱۰۲- تبدیل لاپلاس یک سیستم LTI علی به صورت $H(s) = \frac{k(s-1)}{s^2 + 3s + 2}$ مفروض است. با فرض $\int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = -\frac{1}{2}$

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dh(t)}{dt} e^{2t} dt$$

- (۱) ۶
 (۲) بی نهایت ✓
 (۳) ۰
 (۴) $\frac{2}{10}$

- قطب‌ها برابر $\begin{cases} s_1 = -1 \\ s_2 = -2 \end{cases}$ می‌باشند. و چون $H(0) = -\frac{1}{2}$ می‌باشد



پس $s = 0$ عضو ROC است.

و $s = -3$ عضو ROC نیست پس حاصل

انترال و ابراست.

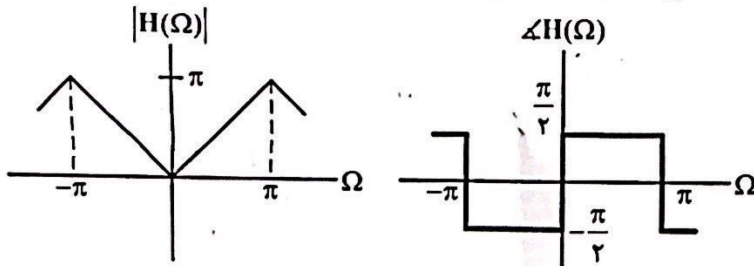
- گزینه (۲) صحیح است

- آسان

۱۰۴- پاسخ فرکانسی یک سیستم زمان گسسته به صورت زیر داده شده است. خروجی این سیستم به ازای

$$x[n] = \cos[\Omega_0 n + \theta]; \quad -\pi \leq \Omega_0 \leq \pi$$

کدام است؟



$$y[n] = -|\Omega_0| \sin[\Omega_0 n + \theta] \quad (1)$$

$$y[n] = -\Omega_0 \sin[\Omega_0 n + \theta] \quad (2) \checkmark$$

$$y[n] = -\sin[\Omega_0 n + \theta] \quad (3)$$

$$y[n] = \Omega_0 \cos[\Omega_0 n + \theta] \quad (4)$$

$$|H(\Omega)| = \begin{cases} \Omega & 0 < \Omega < \pi \\ -\Omega & -\pi < \Omega < 0 \end{cases}, \quad \angle H(\Omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 < \Omega < \pi \\ -\frac{\pi}{2} & -\pi < \Omega < 0 \end{cases}$$

$$y[n] = |H(\Omega_0)| \cos(\Omega_0 n + \theta + \angle H(\Omega_0))$$

$$0 < \Omega_0 < \pi \rightarrow y[n] = \Omega_0 \cos(\Omega_0 n + \theta + \frac{\pi}{2}) = -\Omega_0 \sin(\Omega_0 n + \theta)$$

$$-\pi < \Omega_0 < 0 \rightarrow y[n] = -\Omega_0 \cos(\Omega_0 n + \theta - \frac{\pi}{2}) = -\Omega_0 \sin(\Omega_0 n + \theta)$$

$$\Rightarrow y[n] = -\Omega_0 \sin(\Omega_0 n + \theta)$$

تزینه (۲) صحیح است
- آسان

۱-۵ دو سیستم LTI با رابطه ورودی - خروجی به صورت زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{سیستم ۱: } y_1[n] = \frac{x[n] + x[n-1]}{2}$$

$$\text{سیستم ۲: } y_2[n] = \frac{x[n] - x[n-1]}{2}$$

در مورد این دو سیستم، گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) سیستم ۱، یک فیلتر پایین گذر و سیستم ۲، یک فیلتر بالاگذر است.
 (۲) سیستم ۱، یک فیلتر بالاگذر و سیستم ۲، یک فیلتر پایین گذر است.
 (۳) هر دو سیستم، فیلتر بالاگذر هستند.
 (۴) هر دو سیستم، فیلتر پایین گذر هستند.

$$H_1(\omega) = \frac{1 + e^{-j\omega}}{2} \Rightarrow \begin{cases} H_1(0) = 1 \\ H_1(\pi) = 0 \end{cases} \rightarrow \text{فیلتر پایین گذر}$$

$$H_2(\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega}}{2} \Rightarrow \begin{cases} H_2(0) = 0 \\ H_2(\pi) = 1 \end{cases} \rightarrow \text{فیلتر بالاگذر}$$

- گزینه (۱) صحیح است

- آسان

۱۰۶- مقدار انتگرال زیر، کدام است؟

$$2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}(4t) \text{sinc}(10t) \cos(6\pi t) dt$$

- (۱) $\frac{\pi}{5}$
- (۲) $\frac{\pi}{10}$
- (۳) ۰
- (۴) $\frac{\pi}{2}$

$$I = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 4\pi t}{4\pi t} \cdot \frac{\sin 10\pi t}{10\pi t} \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{j4\pi t} dt$$

$$+ 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 4\pi t}{4\pi t} \cdot \frac{\sin 10\pi t}{10\pi t} \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-j4\pi t} dt$$

$$= \frac{\pi}{\pi_0} F \left\{ \frac{\sin 4\pi t}{4\pi t} \cdot \frac{\sin 10\pi t}{10\pi t} \right\}_{\omega = -4\pi} + \frac{\pi}{\pi_0} F \left\{ \frac{\sin 4\pi t}{4\pi t} \cdot \frac{\sin 10\pi t}{10\pi t} \right\}_{\omega = +4\pi}$$

$$= \frac{\pi}{\pi_0} \times \frac{1}{2\pi} \left[\text{rect}_{-2\pi}^{\pi} + \text{rect}_{-10\pi}^{10\pi} \right]_{\omega = -4\pi} + \frac{\pi}{\pi_0} \times \frac{1}{2\pi} \left[\text{rect}_{-2\pi}^{\pi} + \text{rect}_{-10\pi}^{10\pi} \right]_{\omega = +4\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi_0} \int x_1(\theta) x_2(-4\pi - \theta) d\theta + \frac{1}{\pi_0} \int x_1(\theta) x_2(4\pi - \theta) d\theta$$

$$= \frac{1}{\pi_0} (\pi\pi + \pi\pi) = \frac{14\pi}{\pi_0} = \frac{\pi}{5}$$

تجزیه (۱) صحیح است

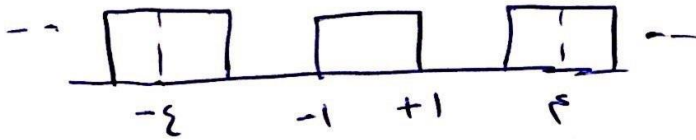
- متوسط

۱۰۷- مقدار تابع زیر کدام است؟

$$I = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{k^2}$$

$$a_k = \frac{1}{T} \frac{\gamma \sin T_1 k \omega_0}{k \omega_0}$$

- $\frac{\pi}{2}$ (۱)
- $\frac{1}{2}$ (۲)
- $\frac{\pi^2}{8}$ (۳)
- $\frac{\pi^2}{2}$ (۴) ✓



$$\Rightarrow a_k = \frac{1}{T} \frac{\gamma \sin \frac{k\pi}{2}}{k \frac{\pi}{2}}$$

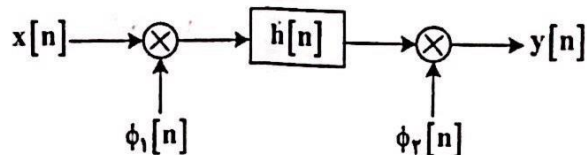
$$a_k = \frac{\sin \frac{k\pi}{2}}{k\pi} \Rightarrow \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum |a_k|^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} dt = \frac{1}{\pi^2} I \Rightarrow I = \frac{\pi^2}{2}$$

نزینه (۴) صحیح است

موسوی

۱۰۸- سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را به صورت شکل زیر در نظر بگیرید:



$h[n]$ پاسخ ضربه یک سیستم LTI زمان گسسته است. کدام گزینه در مورد این سیستم کلی صحیح است؟

- (۱) این سیستم همواره خطی و تغییرناپذیر با زمان است.
 (۲) این سیستم همواره غیرخطی و تغییرناپذیر با زمان است.
 (۳) این سیستم همواره خطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می تواند تغییرپذیر با زمان باشد.
 (۴) این سیستم همواره غیرخطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می تواند تغییرپذیر با زمان باشد.

$$h[n] = x[n] \cdot \phi_1[n], \quad y[n] = h[n] \cdot \phi_2[n]$$

$$\Rightarrow y[n] = x[n] \cdot \phi_1[n] \cdot \phi_2[n]$$

- سیستم همواره خطی و به ازای $\phi_1[n]$ های ثابت \mathbb{Z} ، $\phi_2[n]$ های تابع n ، \mathbb{Z} صحیح باشد.

- گزینه (۳) صحیح است

- آسان

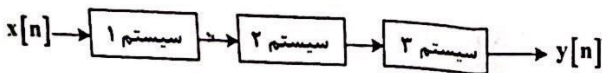
۱.۹- سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ به صورت شکل زیر را در نظر بگیرید؛ که در آن رابطه ورودی و خروجی هر سیستم به صورت زیر داده شده است:

$$\text{سیستم ۱: } y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases}$$

$$\text{سیستم ۲: } y[n] = x[n] + \frac{1}{4}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2]$$

$$\text{سیستم ۳: } y[n] = x[2n]$$

کدام گزینه رابطه ورودی - خروجی سیستم کلی را نشان می دهد؟



$$y[n] = x[n] + \frac{1}{4}x[n-1] \quad (1)$$

$$y[n] = x[n] + \frac{1}{4}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2] \quad (2)$$

$$y[n] = \begin{cases} x[n] + \frac{1}{4}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases} \quad (3)$$

$$y[n] = \begin{cases} x[n] + \frac{1}{4}x[n-2] + \frac{1}{4}x[n-4], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases} \quad (4)$$

$$x_{(m)}[n] = \begin{cases} \frac{n}{m} & n \geq km \\ 0 & \text{و.س} \end{cases}$$

- فرضی سیستم (۱) همان ورودی سیستم (۲) است فرضی (۲) ورودی (۳) است

$$y_1 = x_{(2)}[n] \quad , \quad y_2 = x_{(2)}[n] + \frac{1}{4} \begin{cases} x\left[\frac{n-1}{2}\right] & n-1=2k \\ 0 & \text{و.س} \end{cases}$$

$$+ \frac{1}{4} \begin{cases} x\left[\frac{n-2}{2}\right] & n-2=2k \Rightarrow n=2k \\ 0 & \text{و.س} \end{cases}$$

$$y_2[n] = y_2[2n] = x[n] + 0 + \frac{1}{4}x[n-1]$$

- نتیجه (۱) صحیح است

- متوسط

۱۱۱- $\delta(t^2-1)$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}\delta(t-1) - \frac{1}{2}\delta(t+1)$

(۲) $\frac{1}{2}\delta(t-1) + \frac{1}{2}\delta(t+1)$ ✓

(۳) $\delta(t-1) + \delta(t+1)$

(۴) $\delta(t-1) - \delta(t+1)$

$$f(t) = t^2 - 1, \quad \delta(f(t)) = \frac{1}{|f'(t_1)|} \delta(t-t_1) + \frac{1}{|f'(t_2)|} \delta(t-t_2)$$

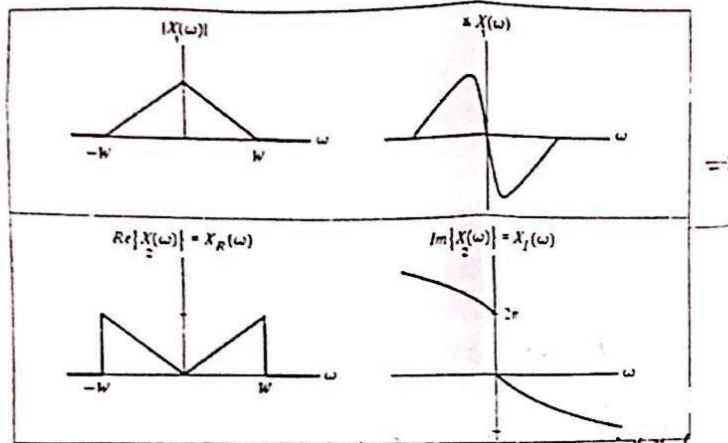
$$\Rightarrow \begin{matrix} t_1 = 1 \\ t_2 = -1 \end{matrix} \Rightarrow \delta(t^2-1) = \frac{1}{2} \delta(t+1) + \frac{1}{2} \delta(t-1)$$

نزینه (۲) صحیح است

- آسان

حل: استاد نژاد محمد

۱۱۲- اطلاعات تبدیل فوری دو سیگنال $x_1(t)$ و $x_2(t)$ در شکل زیر داده شده است. کدام گزینه در مورد این دو سیگنال صحیح است؟



- (۱) هر دو سیگنال حقیقی است.
- (۲) هر دو سیگنال حقیقی نیست.
- (۳) سیگنال $x_2(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_1(t)$ حقیقی نیست.
- (۴) سیگنال $x_1(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_2(t)$ حقیقی نیست. ✓

حل: اساساً نژاد محمد

① شرط حقیقی: $X_1(\omega) = X_1^*(-\omega) \Rightarrow |X_1(\omega)| e^{j\phi} = |X_1(-\omega)| e^{-j\phi}$

$|X_1^*(-\omega)| = |X_1(\omega)|, \quad \angle X_1(\omega) = -\angle X_1(-\omega)$

تا زماندازه هر دو هم حقیقی اند $\Leftarrow x_1(t)$ حقیقی است

② $X_2(\omega) = X_R(\omega) + jX_I(\omega) \stackrel{P}{=} X_R^*(-\omega) - jX_I^*(-\omega)$

$X_R(\omega) = X_R(-\omega), \quad X_I(\omega) \rightarrow$ نه زوج نه فرد

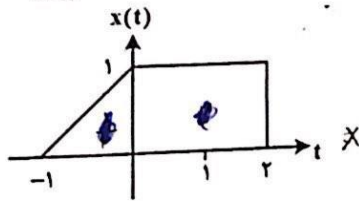
$x_2(t)$ غیر حقیقی است

- نیز به (۳) صحیح است

مطمئن

۱۱۳- برای سیگنال $x(t)$ ، مقدار انتگرال روبه‌رو، کدام است؟

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} X^2(j\omega) d\omega$$



- $\frac{1}{2}$ (۱)
- ۱ (۲)
- π (۳)
- 2π (۴)

$$I = 2\pi \int x(t) \cdot x(-t) dt$$

$$= \left(\int_{-1}^0 (t+1) dt + \int_0^1 (1-t) dt \right) \times 2\pi = 2\pi$$

- نرسیده (۴) صحیح است

- آسان

حل: استاد نژاد محمد



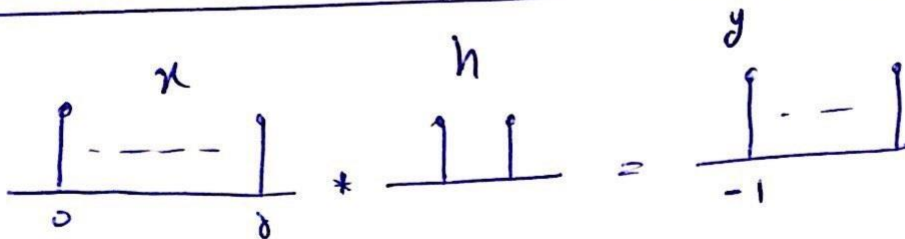
موسسه ماهان

اولین و بزرگترین مرکز تخصصی

کنکور ارشد و دکتری مهندسی برق در کشور

۱۱۴- در یک سیستم LTI برای ورودی‌هایی که خارج از بازه $0 \leq n \leq 5$ صفر هستند، پاسخ سیستم در خارج از بازه $-1 \leq n \leq 5$ همواره صفر است. اگر به ورودی $x[n] = \begin{cases} 2^{|n|} & |n| \leq 3 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ اعمال شود، $y[0] = 4$ و $y[3] = -16$ می‌شود. مقدار $y[2]$ کدام است؟

- (۱) -۴
- (۲) -۸
- (۳) ۱۶
- (۴) ۴



تغ h را بر $n = -1$ ، مقدار دارد پس داریم ۱

$$y[n] = \sum h(k) x(n-k) \Rightarrow y[0] = \sum h(k) x(-k)$$

$$\Rightarrow h(0)x(0) + h(-1)x(1) = 4 \Rightarrow \boxed{h(0) + 2h(-1) = 4}$$

$$y[1] = \sum h(k) x(1-k) \Rightarrow \boxed{1h(0) + 0 = -14} \Rightarrow \boxed{h(0) = -14}$$

$$\Rightarrow \boxed{h(-1) = 3}$$

$$\Rightarrow y[2] = \sum h(k) x(2-k) = -14x(2) + 3x(3) = 28 - 12 = 16$$

- گزینه (۳) صحیح است