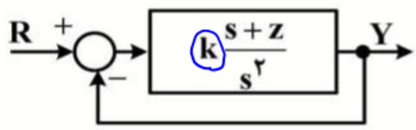
۹۱- اگر سیستم زیر دارای بیشترین فرکانس نوسانات میرا در پاسخ به ورودی پله باشد، زمان تقریبی قلّه (t_p)، زمان تقریبی نشست با تولرانس دو درصد (t_s) و خطای مانا به ورودی شتاب $(\frac{1}{2}t^2)$ کدام است؟



۱) $e_\infty = \frac{1}{2z^2}, t_s = \frac{4}{z}, t_p = \frac{\pi}{z}$

۲) $e_\infty = \frac{1}{z^2\sqrt{2}}, t_s = \frac{4}{z}, t_p = \frac{\pi}{z}$

۳) $e_\infty = \frac{1}{z^2\sqrt{2}}, t_s = \frac{2}{z}, t_p = \frac{\pi}{z\sqrt{2}}$

۴) $e_\infty = \frac{1}{2z^2}, t_s = \frac{2}{z}, t_p = \frac{\pi}{z\sqrt{2}}$

فرکانس نوسانات میرا: w_d

نوسانات میرای سیستم زیرمیرا

$0<\xi<1 \rightarrow \quad k = ? \quad \%$

$$\Delta(s) = s^2 + ks + kz = 0$$

$$s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2 = 0$$

$$w_n = \sqrt{kz} \qquad \xi = \frac{k}{2w_n} = \frac{k}{2\sqrt{kz}} \rightarrow \xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{z}} < 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}\frac{k}{z} < 1 \rightarrow \boxed{k < 4z}$$

$$w_d = w_n\sqrt{1-\xi^2} = \sqrt{kz}\sqrt{1-\frac{1}{4}\frac{k}{z}} = \sqrt{kz - \frac{k^2}{4}}$$

$$w_{d\,max}\Big|_{k=?} \rightarrow \frac{\partial w_d}{\partial k} = \frac{z - \frac{k}{2}}{2\sqrt{kz - \frac{k^2}{4}}} = 0 \rightarrow z - \frac{k}{2} = 0 \rightarrow k = 2z$$

به ازای $k=2z$ مقدار w_d بیشترین است پس $k=2z$ خواهد بود.

$$\Rightarrow w_d = \sqrt{kz - \frac{k^2}{4}} = z \quad , \quad w_n = \sqrt{kz} = z\sqrt{2} \quad , \quad \xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$t_s = \frac{4}{\xi w_n} = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2}\, z} = \frac{4}{z}$$

$$t_{p_n} = \frac{n\pi}{w_d} \Rightarrow t_{p_1} = \frac{\pi}{w_d} = \frac{\pi}{z}$$

خطای سیگنال $= r - y$

خطای تعریفی $= r - y$

روش حلقه باز جایز است

خطای ماندگار ←

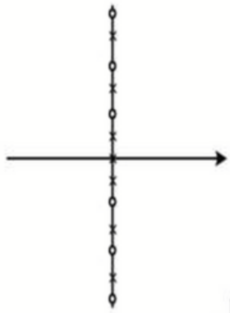
$$\rightarrow e_{ss}\Big|_{\text{به ورودی شتاب}} = \frac{2 \times \text{ضریب } t^2}{k_a}$$

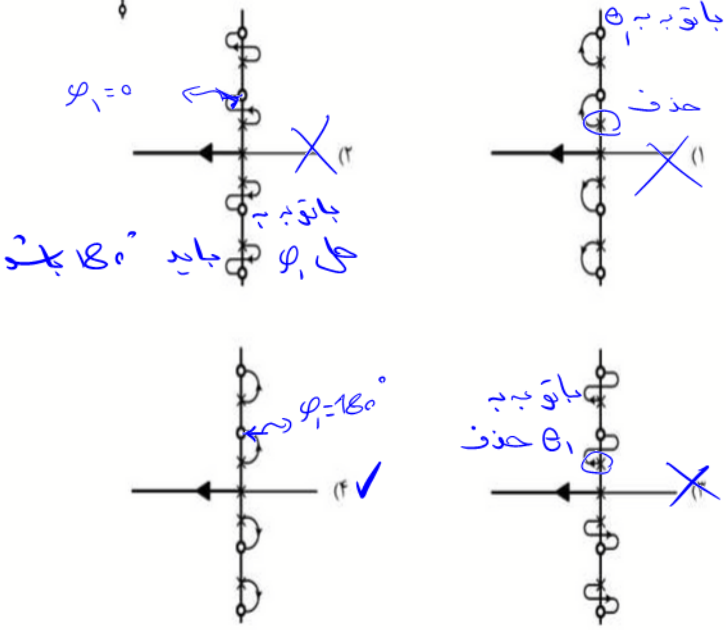
$$k_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s^2}\, k \frac{s+z}{\cancel{s^2}} = kz$$

$$k = 2z \rightarrow k_a = 2z^2 \qquad e_{ss} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{2z^2} = \frac{1}{2z^2}$$

گزینه ۱

۹۲- دیاگرام قطب ـ صفر یک سیستم به شکل زیر داده شده است. مکان هندسی ریشه‌های سیستم به ازای فیدبک واحد منفی و $k > 0$ کدام است؟





مهمترین تفاوت گزینه ها

معیارهای بررسی (به ترتیب گفته شده در کلاس)

① بخشی از محور حقیقی که جزء مکان است

فرق ندارد

② نقاط شکست فرق ندارد

③ زوایای ورود و خروج به قطبها و صفرها فرق دارد

علامت نسبت × علامت k = منفی (حلقه بسته)

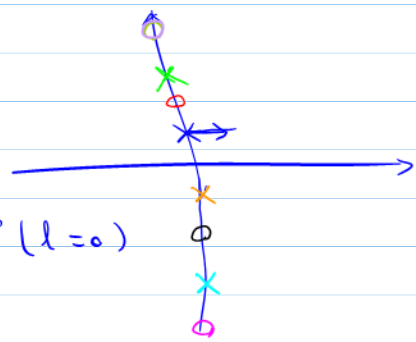
+ × − = −

زاویه خروج از قطب iام $= (2l+1)\pi - \underbrace{\sum_i \theta_i}_{} + \underbrace{\sum_i \varphi_i}_{}$

مجموع زوایای سایر قطبها به قطب iام

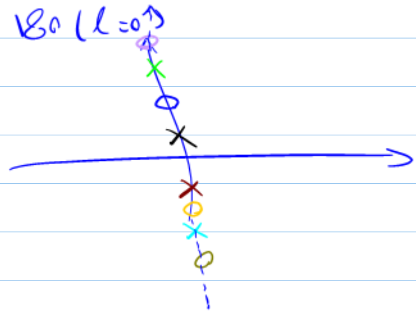
مجموع زوایای صفرها

زاویه ورود به صفر iام $= (2l+1)\pi + \sum \theta_i - \sum \varphi_i$



$\theta_1 = (2l+1)\pi + (-90) + (-90) + (0) + (0) - (0) - (0) = 90^\circ \quad (l=0)$

$\varphi_1 = (2l+1)\pi + (-90) + (0) + (0) + (0) - (-90^\circ) - (0) - (0) = 180 \quad (l=0)$

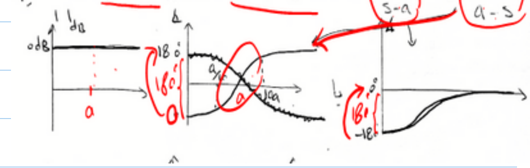


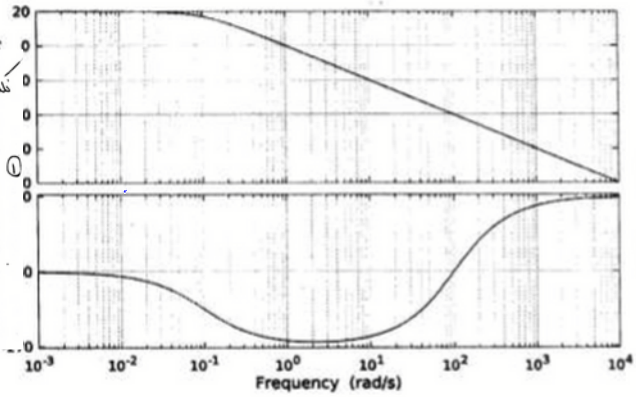
۹۳- کدام پاسخ دارای دیاگرام بود نشان داده شده در شکل زیر است؟

نکتهٔ کلاسی

نکته: تغییرات در شیب نمودار اندازه حتماً باعث تغییر در نمودار فاز می‌شود و بالعکس، مگر در موارد استثناء:

① $\frac{s+a}{a-s}$ یا $\frac{s+a}{s-a}$ ← نمودار اندازه ثابت می‌ماند ولی در $\omega=a$ تغییر فاز 180° داریم.





۱) $G(s)=\frac{10}{0/1-s}$ ✗

۲) $G(s)=-0/01\frac{(s+10)}{(s+0/1)^2}$ ✗

۳) $G(s)=\frac{s+100}{(s+0/1)(s-100)}$ ✗

۴) $G(s)=\frac{s-100}{(s+0/1)(s+100)}$ ✓

$-(s+1)$

حل ← طبق نکات کلاسی داریم: (مراحل به ترتیب)

① شیب اولیه $= 0 \Leftarrow$ $\qquad \frac{0}{-20} = 0$ ← صفر و قطب در مبدأ نداریم

② فاز اولیه $= -180^\circ$ ← $\qquad$ فاز اولیه $= \angle G(0)$

گزینه ۱ رد می‌شود $\qquad$ گزینه ۱ ← فاز اولیه $= \angle G(0) = \angle \frac{10}{0.1-0} = \angle 10 = 0^\circ$ ✗

گزینه 2 ← $\sim = \angle G(0) = \angle -0.01 \times \frac{0+10}{(0+0.1)^2} = \angle -10 = -180$ ✓

3 گزینه ← $\sim = \sim = \angle \frac{0+100}{(0+0.1)(0-100)} = \angle -10 = -180$ ✓

4 ~ ← $\sim = \sim = \angle \frac{0-100}{(0+0.1)(0+100)} = \angle -10 = -180$ ✓

③ روند تغییر فاز و اندازه:

$\omega: 0 \longrightarrow 0.1 \longrightarrow 100 \longrightarrow \infty$

فاز: ← کاهش ← افزایش ←

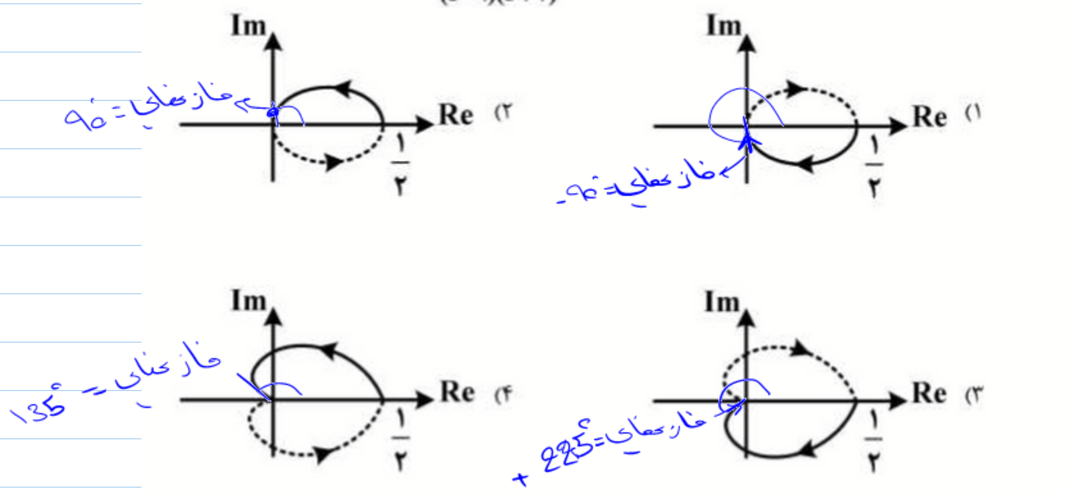
شیب اندازه ← کاهش ← بدون تغییر ←

$\omega = 0.1$ ← کاهش فاز، کاهش اندازه ← قطب سمت چپ ← $G(s) = \frac{\quad}{(s+0.1)}$

$\omega = 100$ افزایش فاز بدون تغییر شیب اندازه ← $\frac{s+100}{s-100}$ ← $G(s) = \frac{s+100}{(s+0.1)(s-100)}$

گزینه 4

۹۴- دیاگرام نایکوئیست تابع تبدیل روبه‌رو کدام است؟ $G(s)=\frac{-(s+1)}{(s-1)(s+2)}$



طبق نکات کلاس سوال به صورت زیر است:

① نقطه شروع از نظر اندازه و فاز

اندازه: $\left|G(0)\right| = \left|\frac{+1}{2}\right| = \frac{1}{2}$ در تمام گزینه‌ها از $\frac{1}{2}$ شروع شده پس تفاوتی سر فاز اولیه

فاز اولیه $\Rightarrow \angle G(0) = \angle +\frac{1}{2} = 0^\circ \rightarrow$ نقطه شروع روی محور حقیقی مثبت باید باشد

در تمام گزینه‌ها درست است

③ فاز نهایی و اندازه نهایی

اندازه نهایی = { 0 درجه نسبی > 0 ✓ ، ∞ ~ < 0 ، محدود و غیرصفر ~ $= 0$ }

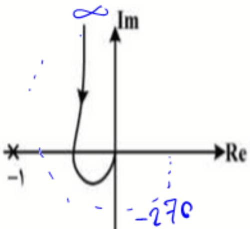
پس نقطه نهایی $= 0 \rightarrow$ در تمام گزینه‌ها صادق است

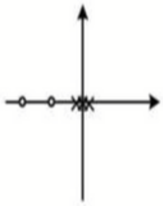
فاز نهایی = فاز اولیه + تأثیر صفرها + تأثیر قطبها

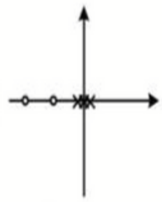
$0 + 90^\circ + (-90^\circ + 90^\circ) = 90^\circ$

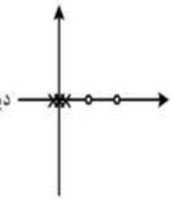
یعنی گزینه 2

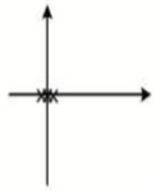
۹۵- با این فرض که بهرهٔ سیستم مثبت است، کدام توپولوژی برای نمودار قطبی زیر صحیح است؟



۱)  دیاگرام کامل نایکوئیست نقطهٔ (−۱,۰) را دوبار در جهت ساعتگرد دور زده است.

۲)  دیاگرام کامل نایکوئیست نقطهٔ (−۱,۰) را دوبار در جهت پادساعتگرد دور زده است.

۳)  دیاگرام کامل نایکوئیست نقطهٔ (−۱,۰) را دوبار در جهت پادساعتگرد دور زده است.

۴)  دیاگرام کامل نایکوئیست نقطهٔ (−۱,۰) را دور نمی‌زند.

تشخیص محل قطبها و صفرها

قطب در مبدأ؟ ← ∞ = اندازه اولیه

تعداد قطب در مبدأ: $\frac{-270}{-90} = 3$ ← فاز اولیه = -270

روند تغییر فاز ←

$w: 0 \to a \to b \to c \to \infty$

فاز: ← افزایش فاز →

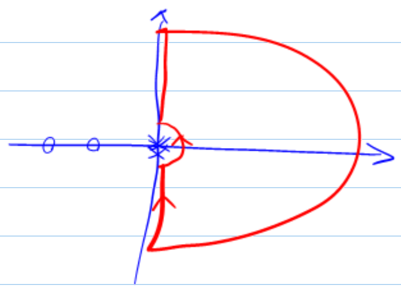
عوامل جبرانساز پادساعتگرد و بدون تغییر علامت

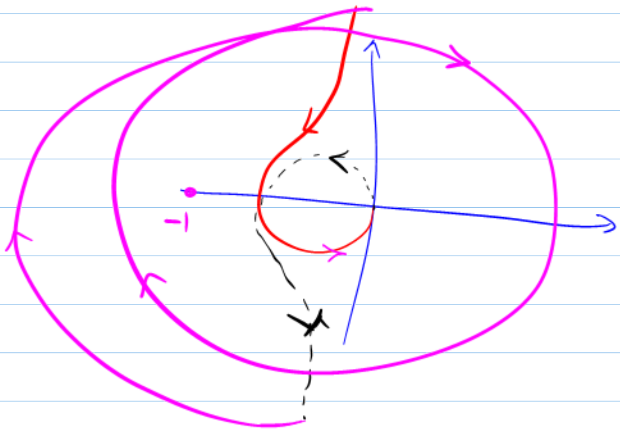
افزایش فاز ← صفر سمت چپ / قطب سمت راست

با توجه به گزینه‌ها قطب سمت راست نداریم و دو تا صفر سمت چپ داریم

یعنی گزینه 3 و 4 رد می‌شود

پس گزینه 1 یا 2 ← تعداد دور زدن -1 ← تکمیل نمودار





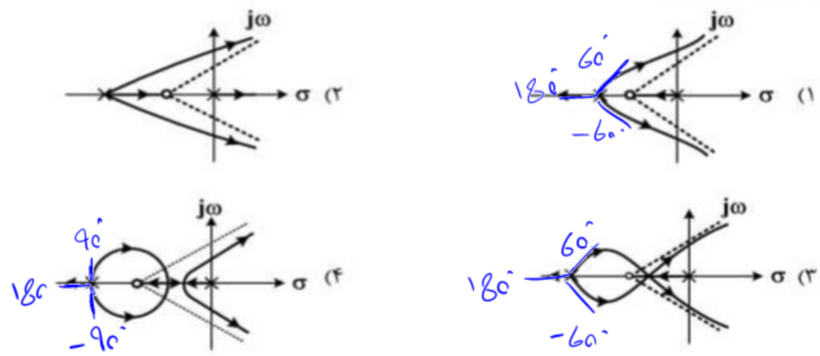
تصویر دیتور ←

$N=2$ بار -1 را در جهت ساعتگرد دور زده است یعنی گزینه 1 ✓

تصویر دیتور = نیم‌دایره با شعاع ∞ با تغییر فاز $180° \times n$ و خلاف جهت دیتور

n ← 3 ← تعداد قطب داخل دیتور

۹۶- نمودار مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم $G(s)=k\dfrac{s+\lambda}{s(s+\frac{4}{3}\lambda)^3}$ با $\lambda>0$ و فیدبک واحد منفی به ازای $k>0$ کدام است؟

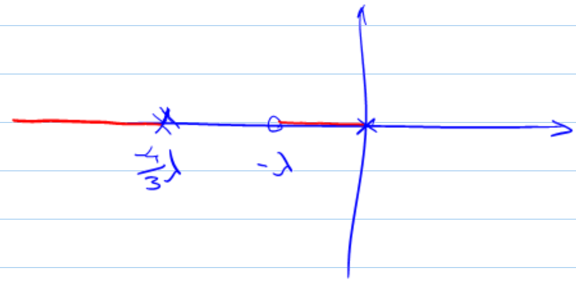


① بخشی از محور که جزء مکان است؟

علامت مکان = علامت k × علامت مخرج

$= + \times - = -$

بخشی از محور جزء مکان است که سمت راست آن تعداد زوج صفر و قطب داشته باشیم



پس گزینه 2 رد می‌شود.

② زوایای ورود و خروج ← $3\theta = (2l+1)\pi +$ زاویه صفرها نسبت به $-\frac{4}{3}\lambda$ − زاویه قطب‌ها نسبت به $-\frac{4}{3}\lambda$: زاویه خروج از قطب $-\frac{4}{3}\lambda$

$$3\theta = (2l+1)\pi + 180^\circ - 180^\circ$$

$$\theta = \frac{(2l+1)\pi}{3} = \begin{cases} \frac{\pi}{3} & l=0 \\ -\pi/3 & l=-1 \\ \pi & l=1 \end{cases}$$

پس گزینه 4 هم حذف می‌شود.

③ نقاط شکست ←

$$\Delta(s) = 1 + k\frac{s+\lambda}{s(s+\frac{4}{3}\lambda)^3} = 0$$

$$k = -\frac{s(s+\frac{4}{3}\lambda)^3}{s+\lambda}$$

$$\frac{dk}{ds} = -\frac{\left((s+\frac{4}{3}\lambda)^3 + 3s(s+\frac{4}{3}\lambda)^2\right)(s+\lambda) - 1\left(s(s+\frac{4}{3}\lambda)^3\right)}{(s+\lambda)^2} = 0$$

$$\Rightarrow -(s+\tfrac{4}{3}\lambda)^2\left(4s^2 + \frac{16\lambda}{3}s + \frac{4}{3}\lambda^2 - s^2 - \frac{4}{3}\lambda s\right) = 0$$

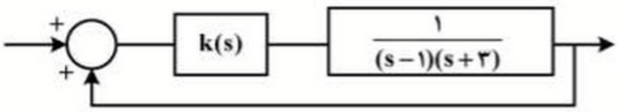
$$\left(s+\frac{4}{3}\lambda\right)^2\left(3s^2+4\lambda s+\frac{4}{3}\lambda^2\right)=0$$

$$\left(s+\frac{4}{3}\lambda\right)^2\left(3s+2\lambda\right)^2=0 \to \begin{cases} s=-\frac{2}{3}\lambda\ ,\ -\frac{2}{3}\lambda \ ✓ \\ s=-\frac{4}{3}\lambda \ \text{جزء مکان نیست} \end{cases}$$

پس انقطه شکست در $-\frac{2}{3}\lambda$ از مرتبه 2 دارد یعنی 3 شاخه به آن وارد می‌شود

یعنی گزینه 3 صحیح است.

۹۷- k(s) چگونه انتخاب شود تا سیستم پایدار گردد؟



۱) $k>0\ ,\ k(s)=k\frac{s-1}{s+2}$

۲) $k<0\ ,\ k(s)=k\frac{s+3}{s+1}$

۳) $k(s)=k\frac{s+5}{s+4}$ برای برخی مقادیر $k>0$

۴) $k(s)=-5$

مطابق نکات کلاس در این گونه مسائل از مکان هندسی استفاده می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها

گزینه 1 به دلیل حذف صفر و قطب سمت راست (ناپایدار) ناپایدار داخلی است ✗

گزینه 2 ←

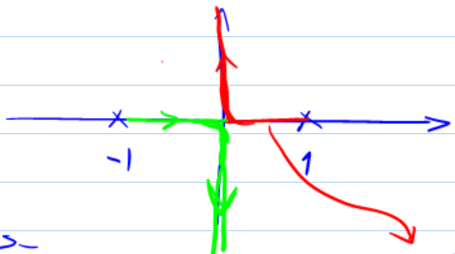
$$G(s)_{\text{حلقه باز}}=k(s)\frac{1}{(s-1)(s+3)}=k\frac{s+3}{(s+1)}\frac{1}{(s-1)(s+3)}$$

$$=k\frac{1}{(s-1)(s+1)}$$

علامت مکان = k علامت × علامت ضریب = −

− × +

سمت راست باید تعداد فرد صفر و قطب داشته باشیم



پس قطب حلقه بسته به ازای تمام مقادیر منفی k همواره سمت راست یا روی محور بوده و سیستم همواره ناپایدار یا پایدار مرزی است و پایدار نیست

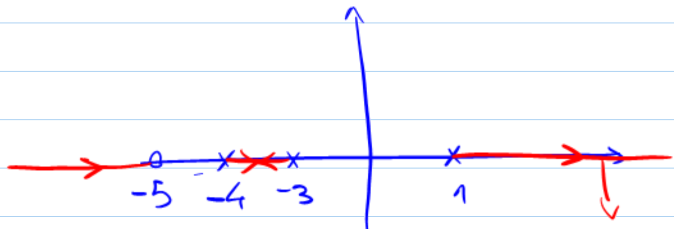
گزینه 3 ←

$$G(s) = k\,\frac{s+5}{(s-1)(s+3)(s+4)}$$

(علامت سمت راست) $= k \times$ مثبت

$= + \times + = +$

سمت راست تعداد زوج صفر و قطب



یک قطب حلقه بسته همواره سمت راست و لذا ناپایدار است.

گزینه 4 ←

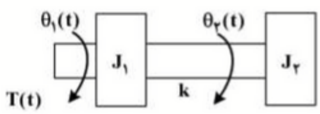
$k(s) = -5 \rightarrow \Delta(s) = 1 \bullet -5 \times \frac{1}{(s-1)(s+3)}$

منفی بسته

$= s^2 + 2s + 2 = 0 \rightarrow$ قطبهای حلقه بسته

یعنی ریشه‌های $\Delta(s)$ سمت چپ و لذا پایدار است. گزینه 4 صحیح است.

۹۸- سیستم زیر دیاگرام شماتیک یک موتور با ممان اینرسی J_1 را نشان می‌دهد که توسط گشتاور $T(t)$ تحریک می‌شود و از طریق فنر پیچشی با بازوی مکانیکی k، با ممان اینرسی J_2 را به حرکت درمی‌آورد. تابع تبدیل $\frac{\theta_2(s)}{T(s)}$ کدام است؟



۱) $\frac{k}{J_1J_2s^4 + k(J_1+J_2)s^2}$

۲) $\frac{k}{J_1J_2s^4 + k(J_1+J_2)s^2 + 2k^2}$

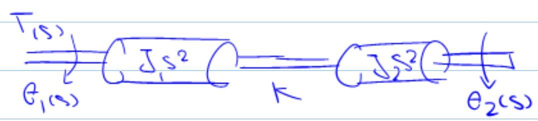
۳) $\frac{J_1s^2 + k}{J_1J_2s^4 + k(J_1+J_2)s^2}$

۴) $\frac{J_2s^2 + k}{J_1J_2s^4 + k(J_1+J_2)s^2}$

طبق نکات کلاس وقتی بیش از یک جرم یا اینرسی داریم به حوزه لاپلاس انتقال داده و از روش ماتریسی استفاده می‌کنیم

المان	معادل حوزه لاپلاس
J	Js^2
دمپر B	Bs
k	k

$\Rightarrow$



$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ a_{n1} & \cdots & & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix}$$

$a_{ii} =$ مجموع کل المانهای متصل به اینرسی i ام

$a_{ij} = -($مجموع المانهای مشترک بین اینرسی i و j$)$

$\theta_i =$ دوران اینرسی i ام

$T_i =$ مجموع گشتاورهای خارجی موافق حرکت وارد بر اینرسی i ام $-$ مجموع گشتاورهای مخالف حرکت وارد بر اینرسی i ام

$$\begin{bmatrix} J_1 s^2 + k & -k \\ -k & J_2 s^2 + k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow -k\theta_1(s) + (J_2 s^2 + k)\theta_2(s) = 0 \longrightarrow \theta_1 = \frac{J_2 s^2 + k}{k}\theta_2(s)$$

$$(J_1 s^2 + k)\theta_1 - k\theta_2 = T_1(s)$$

$$(J_1 s^2 + k)\left(\frac{J_2 s^2 + k}{k}\right)\theta_2(s) - k\theta_2 = T_1(s)$$

$$\frac{\theta_2(s)}{T_1(s)} = \frac{k}{J_1 J_2 s^4 + k(J_1 + J_2)s^2}$$

۹۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱) مکان هندسی ریشه‌های یک سیستم با فیدبک منفی و بهرهٔ مثبت، پیوسته است.

۲) وجود یک سیستم ناپایدار در حلقه، نشان‌دهندهٔ ناپایداری داخلی سیستم حلقه بسته است. ✓

۳) با تغییر محل قرار گرفتن جبران‌ساز می‌توان تأثیر صفرهای جبران‌ساز بر روی بالازدگی پاسخ پله را از بین برد.

۴) جبران‌ساز پیش‌فاز (Lead) تا حدی توانایی برقراری همزمان مشخصات خطای حالت دائم و پایداری نسبی را دارد.

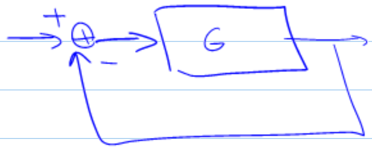
طبق نکات کلاس گزینه 2 به وضوح نادرست است.

گزینه 1 ← مکان ریشه‌ها همواره پیوسته است مگر اینکه علامت بهره تغییر کند. پس این گزینه صحیح است.

گزینه 3 ← در صورتی که جبرانساز در مسیر فیدبک قرار گیرد صفرهای آن تبدیل به قطب حلقه بسته می‌شود.

گزینه 4 ← $C(s) = k\,\frac{s+\alpha}{s+\beta}$ با تغییر $C(0)$ یعنی بهره dc (k) می‌توان خطای حالت دائم را تا حدودی کاهش داد و با $\frac{s+\alpha}{s+\beta}$ مشخصات پاسخ گذرا را

مثال نقض گزینه 2 ←

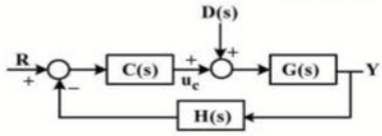


$$G(s) = \frac{5}{(s-1)(s+3)}$$ حلقه‌باز: ناپایدار

$$\Delta(s) = 1 + G(s) = 0 \rightarrow \Delta(s) = s^2 + 2s + 2 = 0 \rightarrow$$

ریشه‌های $\Delta(s)$ سمت چپ محور $j\omega$ و لذا حلقه بسته پایدار است.

۱۰۰- سیستم زیر را در نظر بگیرید:



$$G(s) = \frac{(s-1)p(s)}{q(s)}$$

$$H(s) = ۱$$

تابع تبدیل مکمل حساسیت $\left(S_H^T\right)$ چنین داده شده است.

$$S_H^T = \frac{B(s)}{A(s)}$$

می‌دانیم ریشه‌های $p(s)$ ، $q(s)$، $B(s)$ و $A(s)$ اکیداً در نیم‌صفحهٔ چپ قرار دارند، کدام عبارت درست است؟

۱) سیگنال‌های u_c و Y هر دو بی‌کران هستند.
۲) سیگنال‌های u_c و Y هر دو کران‌دارند.
۳) سیگنال u_c کران‌دار و سیگنال Y بی‌کران است.
۴) سیگنال u_c بی‌کران و سیگنال Y کران‌دار است.

طبق نکات کلاس:

$$\text{مکمل حساسیت} = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$

$$L(s) = \text{تابع بهره حلقه} = C(s)\,G(s)\,H(s)$$

$$S_H^T = \frac{CGH}{1 + CGH}$$

$$H = 1,\ G = \frac{(s-1)P}{q} \rightarrow S_H^T = \frac{(s-1)\frac{P(s)}{q(s)}C(s)}{1 + (s-1)\frac{P(s)}{q(s)}C(s)}$$

با فرض $C(s) = \frac{f(s)}{h(s)}$

$$S_H^T = \frac{(s-1)P(s)f(s)/h(s)}{q(s) + (s-1)P(s)\frac{f(s)}{h(s)}} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

$$B(s) = (s-1)P(s)\frac{f(s)}{h(s)}$$

طبق صورت سوال تمام ریشه‌های $B(s)$ سمت چپ محور $j\omega$ هستند پس باید $(s-1)$ توسط $h(s)$ حذف شود یعنی

$$h(s) = (s-1)\,k(s)$$

یعنی $C(s)$ یک قطب سمت راست $(s-1)$ دارد.

حال داریم:

$$Y(s) = R(s)\frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)H(s)} + D(s)\frac{G(s)}{1+CGH}$$

$$= R(s)\frac{C(s)\,(s-1)\frac{P(s)}{q(s)}}{1+C(s)\,(s-1)\frac{P(s)}{q(s)}} + D(s)\frac{(s-1)\frac{P(s)}{q(s)}}{1+C(s)\,(s-1)\frac{P(s)}{q(s)}}$$

$$C(s) = \frac{f(s)}{h(s)} = \frac{f(s)}{(s-1)k(s)}$$

$$\Rightarrow Y(s) = R(s)\frac{f(s)p(s)}{k(s)q(s)+f(s)p(s)} + D(s)\frac{(s-1)^2 p(s)k(s)}{h(s)q(s)+f(s)p(s)}$$

$$\Rightarrow S^T_H = \frac{p(s)f(s)}{k(s)q(s)+f(s)p(s)} = \frac{B}{A}$$

که

$$B(s) = f(s)p(s) \qquad A = k(s)q(s)+f(s)p(s) \quad ,$$

$$Y(s) = R(s)\frac{B}{A} + D\frac{(s-1)^2 p(s)k(s)}{A}$$

چون A و B دارای ریشه سمت چپ هستند لذا ریشه‌های $A(s)$ قطبهای تابع تبدیل $\frac{Y}{R}$, $\frac{Y}{D}$ سمت چپ بودند لذا

Y به ازای ورودی D و R محدود، محدود خواهد بود.

$$u_c = R(s)\frac{C(s)}{1+C(s)} - D(s)\frac{C(s)G(s)}{1+C(s)}$$

$$u_c = R(s)\frac{f(s)}{(s-1)k(s)+f(s)} - D(s)\frac{f(s)P(s)}{q(s)\left((s-1)k(s)+f(s)\right)}$$

چون $f(s)$ و $k(s)$ دارای ریشه‌های سمت چپ هستند

لذا عبارت $(s-1)k(s)+f(s)$ دارای ریشه سمت راست

خواهد بود و در نتیجه u_c بیکران خواهد بود.

راه حل کوتاه‌تر:

$$u_c(s) = C(s)\big(\underbrace{R(s)}_{\text{محدود}} - \underbrace{Y(s)}_{\text{محدود}}\big)$$

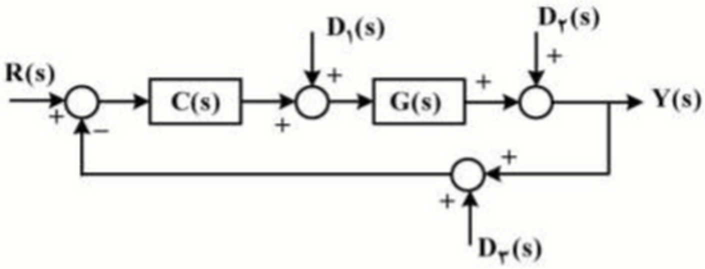
$$u_c = \frac{f(s)}{(s-1)k(s)}(R-Y)$$

$$\frac{u_c}{R-Y} = \frac{f(s)}{(s-1)k(s)}$$ چون این قطب سمت راست است

لذا u_c در پاسخ به سیگنال محدود $R-Y$ دارای مقدار نامحدود

خواهد بود.

۱۰۱- سیستم فیدبک زیر را در نظر بگیرید:



مقابله با کدام سیگنال ناخواسته دشوارتر است؟

۱) $D_1(s)$

۲) $D_2(s)$

۳) $D_3(s)$

۴) مقابله با $D_2(s)$ و $D_3(s)$ دشواری یکسانی دارد.

$$Y(s) = R(s)\frac{CG}{1+CG} + D_1\frac{G}{1+CG} + D_2\frac{1}{1+CG} + D_3\frac{-CG}{1+CG}$$

چون می‌خواهیم Y به R برسد پس $\frac{CG}{1+CG}$ باید نزدیک ۱

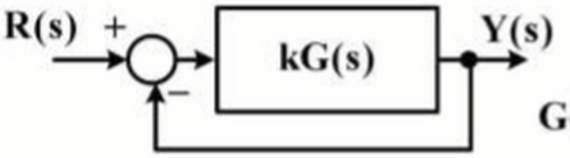
باشد که در این صورت D_3 هم با ضریب ۱ به خروجی

منتقل می‌شود. یعنی برای حذف D_3، باید R را هم حذف

کرد که باعث افزایش خطا می‌شود. لذا حذف D_3

دشوار است.

۱۰۲- سیستم زیر را در نظر بگیرید. پاسخ فرکانسی $G(s)$ در جدول ۱ داده شده است. کدام جبران‌ساز قادر به تأمین مشخصات مطلوب روبه‌رو است؟ حدّ فاز ۵۰ درجه و ثابت خطای سرعت $k_v = ۱۰$



$$G(s) = \frac{۱}{s(s+۱)^{۲}}$$

راهنمایی: اگر α نسبت قطب به صفر جبران‌ساز Lead یا Lag باشد، روابط زیر داده می‌شود که ϕ_m فاز ماکزیمم است.

α	$\log \alpha$	ϕ_m (deg)
۲	۰/۳	۱۹/۵
۷/۵	۰/۸۷۵	۵۰
۱۰	۱	۵۵
۱۴	۱/۱۴	۶۰
۱۶	۱/۲	۶۲

$x_۱$	$x_۲$	$\sqrt{x_۱ x_۲}$
۰/۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۱
۰/۳	۳	۱
۱	۳	۱/۷
۱/۵	۱۱/۲۵	۴/۱

جدول ۱

ω (rad/s)	Mag (dB)	Phase (deg)
0.0100	39.9991	-91.1459
0.2154	12.9392	-114.3163
0.3290	8.7623	-126.4260
0.4520	5.2816	-138.6493
0.6210	1.3048	-153.6820
0.8532	-3.3710	-170.9395
1.0000	-6.0206	-180.0000
1.1721	-8.8883	-189.0605
1.6103	-15.2469	-206.3180
2.0000	-20.0000	-216.8699
3.0392	-29.8584	-233.5740
4.1753	-37.7258	-243.0624
5.7362	-45.7773	-250.2217
10.8264	-62.1428	-259.4455
52.9832	-103.4514	-267.8375
72.7895	-111.7258	-268.4258
100.0000	-120.0009	-268.8541

۱) $C(s) = ۵۶۲\dfrac{(s+۱/۵)^{۲}}{(s+۱۱/۲۵)^{۲}}$

۲) $C(s) = \dfrac{۱۰۰}{۱۶}\,\dfrac{s+۰/۱}{s+\frac{۰/۱}{۱۶}}\,\dfrac{s+۰/۳}{s+۳}$

۳) $C(s) = ۰/۱\,\dfrac{s+۰/۰۳}{s+۰/۰۰۳}$

۴) $C(s) = ۷۵\,\dfrac{s+۱/۵}{s+۱۱/۲۵}$

مطابق نکات کلاس ابتدا اهداف و خواسته‌ها :

اهداف ← $P.M = 50^\circ$ و $k_v = 10$

تعیین نیاز سنجی‌ها یعنی چه چیزی کم داریم ؟

بدون کنترلر $P.M$ و k_v را تعیین می‌کنیم ←

$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = 1$ → پس ما نیاز داریم

که کنترلر k_v را 10 برابر کند.

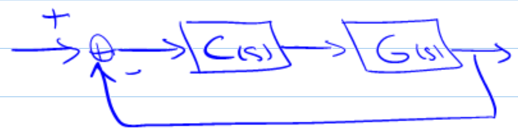
$P.M = 180 + \angle G(j\omega_{gc})$

از جدول حدود 0.7 است ← جایی که بهره 0dB شود : ω_{gc}

$\angle G(j0.7) \simeq -160^\circ$ ← از جدول

$P.M = 180 - 160^\circ = 20^\circ$ → پس نیاز داریم کنترلر در حدود 30°

فاز به سیستم اضافه کند.



حال به بررسی کنترلر می‌پردازیم :

$k_v = \lim_{s\to 0} s\,C(s)\,G(s) = \lim_{s\to 0} s\,C(s)\,\frac{1}{s(s+1)^2} = C(0)$

یعنی $k_v = C(0)$ است پس باید $C(0)$ برابر 10 باشد.

$P.M = 180^\circ + \angle C(j\omega_{gc})\,G(j\omega_{gc})$

حال می‌دانیم که $C(s)$ دارای بهره 10 است. یعنی ω_{gc} جدید را

با بهره 10 حساب می‌کنیم.

$$20\log|C(j\omega)G(j\omega)| = 0\,dB \rightarrow \omega = \omega_{gc}$$

$$|C(j\omega)| \simeq ?$$

فعلاً فقط می‌دانیم که $C(s)=10\,f(s)$ است یعنی بهره 10 دارد.

$$20\log|10 f(j\omega)G(j\omega)| = 20\log 10 + 20\log|f(j\omega)G(j\omega)| =$$

$$= 20 + 20\log|f(j\omega)| + 20\log|G| = 0$$

از طرفی $f(s)$ در واقع بخش دینامیکی کنترلر است که اندازه‌اش حدود 1 است

$$|f(j\omega)| \simeq 1$$

$$\Rightarrow \quad 20 + 0 + 20\log|G(j\omega)| = 0 \rightarrow \omega = ?$$

$$20\log|G| = -20 \rightarrow$$ از جدول جایی که اندازه -20 است را پیدا می‌کنیم ←

$$\omega = 2$$

$$\angle G(j\omega) = \angle G(j2) = -216^\circ$$

$$P.M_{new} = 180 + \angle 10\,f(j2)\,G(j2)$$

$$= 180 + \angle 10 + \angle f(j2) + \angle G(j2)$$

$$= 180 + 0 + \angle f(j2) - 216 = 50^\circ$$ مطلوب ما

$$\Rightarrow \angle f(j2) = 86^\circ$$

یعنی کنترلر باید 86° فاز اضافه کند ← می‌دانیم اگر فاز + بخواهیم یعنی

کنترلر lead و هر کنترلر lead حداکثر 65° اضافه می‌کند پس

برای تأمین فاز مورد نیاز به دو کنترلر lead نیاز داریم

یعنی کنترلر باید به شکل زیر باشد:

$$C(s) = k\,\frac{s+a}{s+\alpha a}\,\frac{s+b}{s+\alpha b}$$

یعنی فقط گزینه ۱ این خاصیت را دارد.

همچنین شرط $C(0)=10$ را همه گزینه‌ها دارند

پس گزینه ۱ صحیح است.