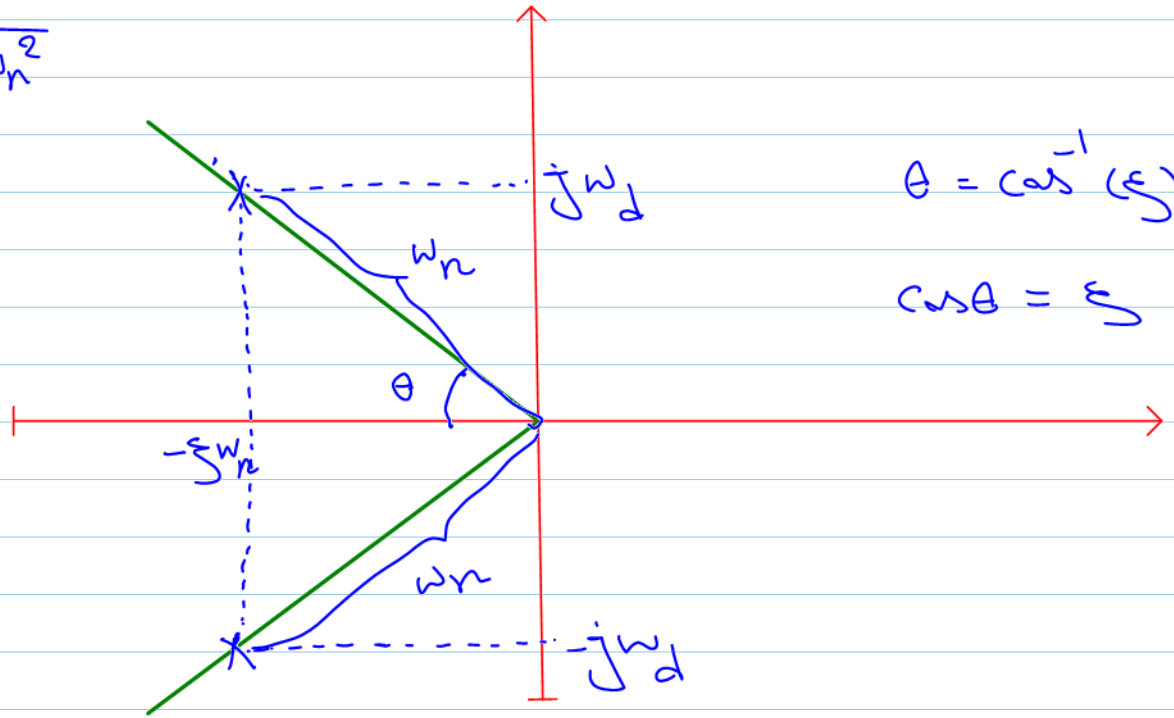
کنترل خطی جلسه ۲۷

بقیه مشخصات سیستم مرتبه دوم با توجه به قطبها

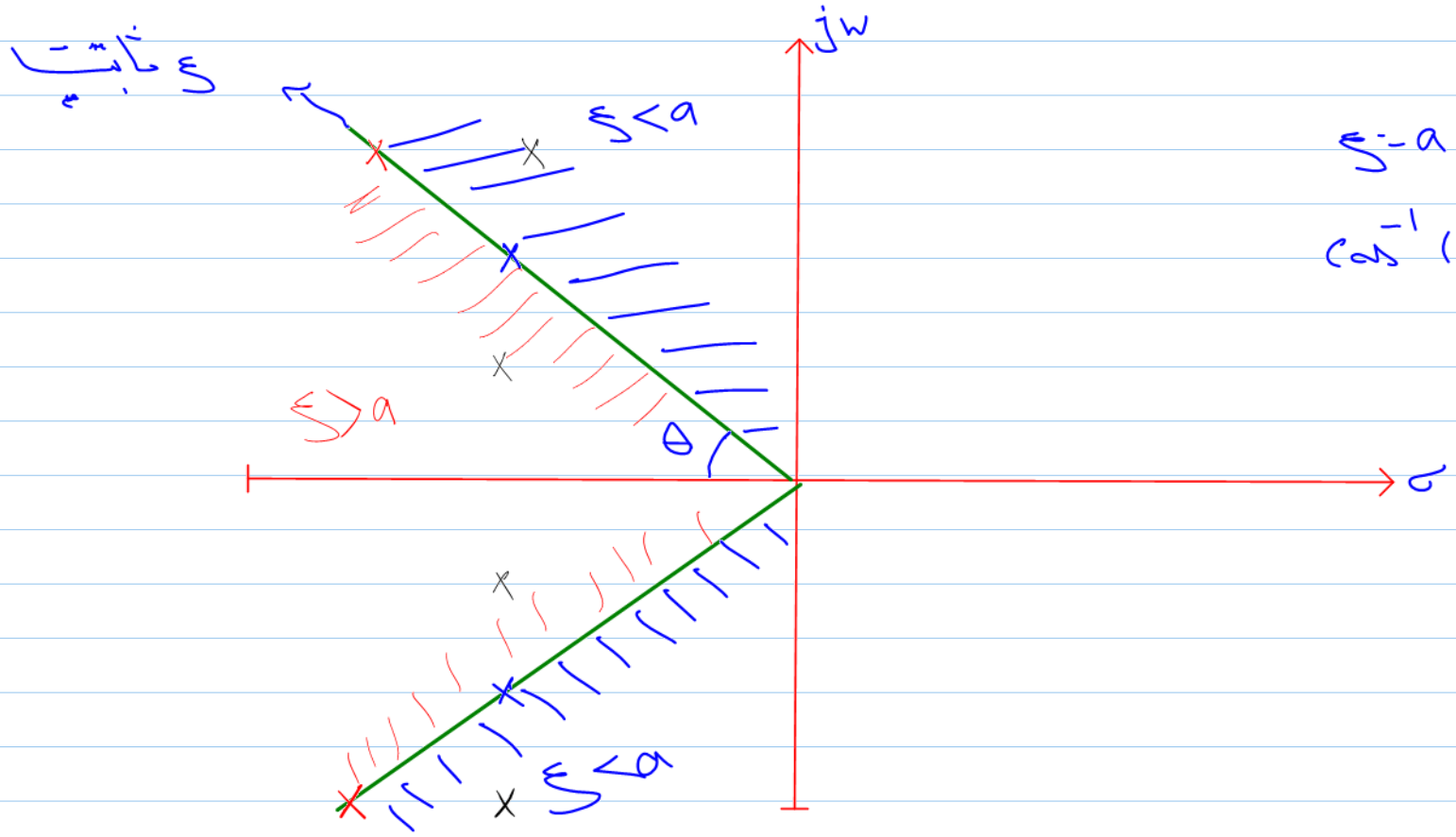
$$G(s) = \frac{K'}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$



$$\theta = \cos^{-1}(\xi)$$

$$\cos\theta = \xi$$

① قطبها و ξ :

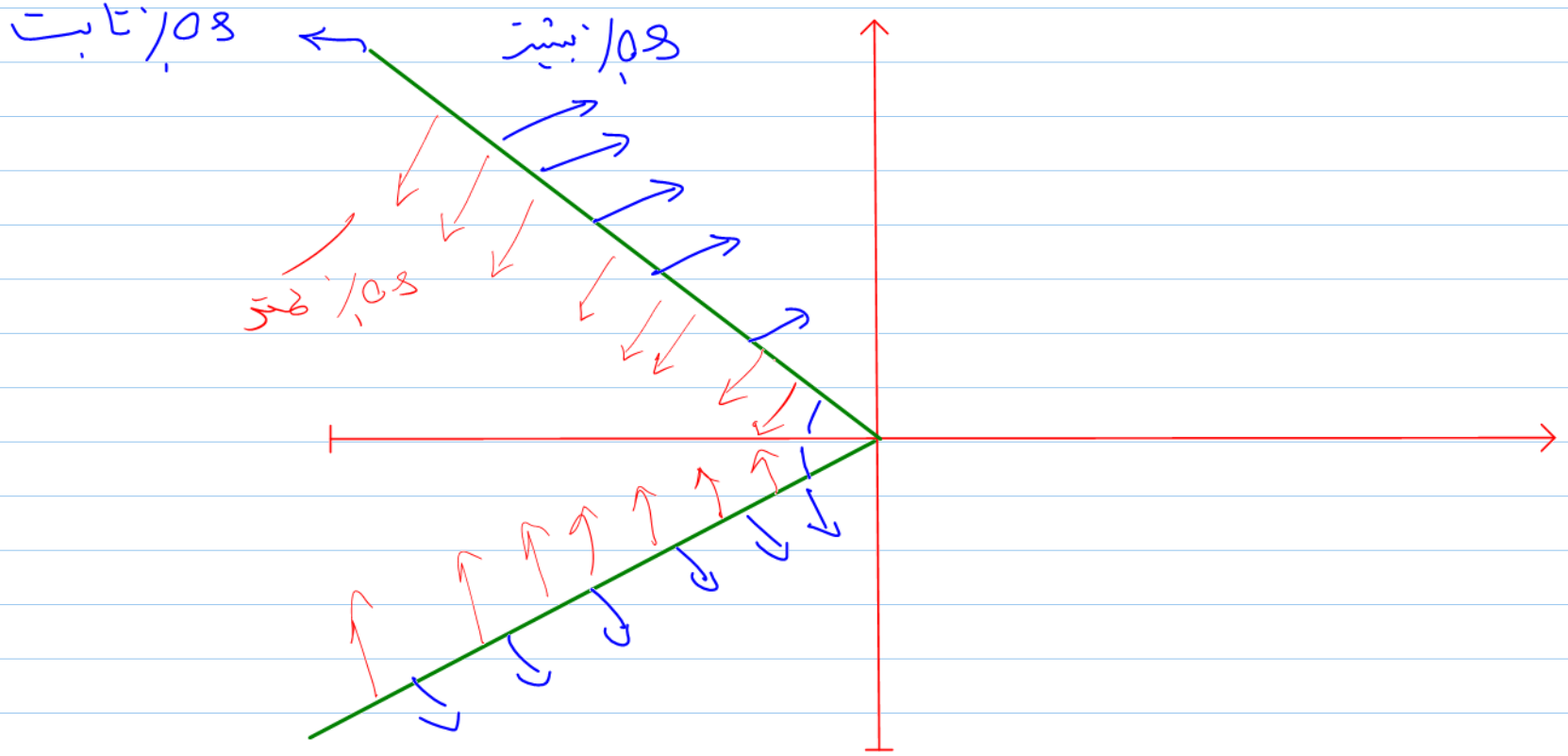


$\xi = a$

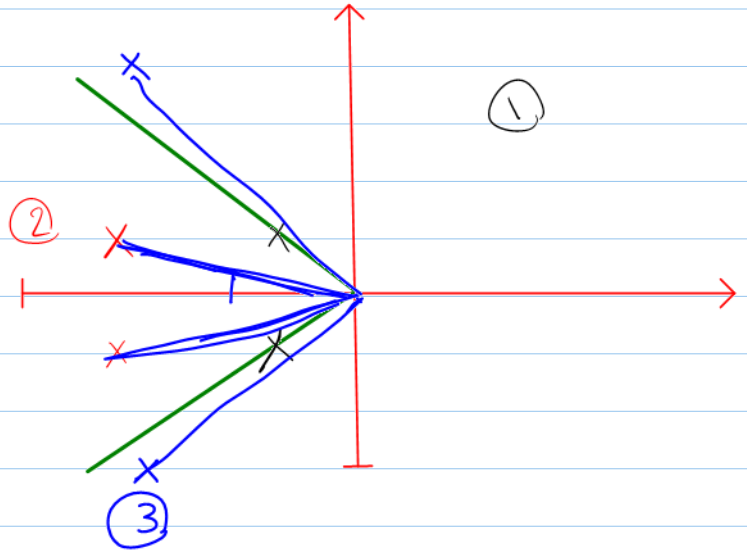
$\cos^{-1}(a) = \theta$

$\xi \downarrow \Rightarrow \%OS \uparrow$

*



$G_1(s)$ ، $G_2(s)$



$\xi_1 < \xi_2$

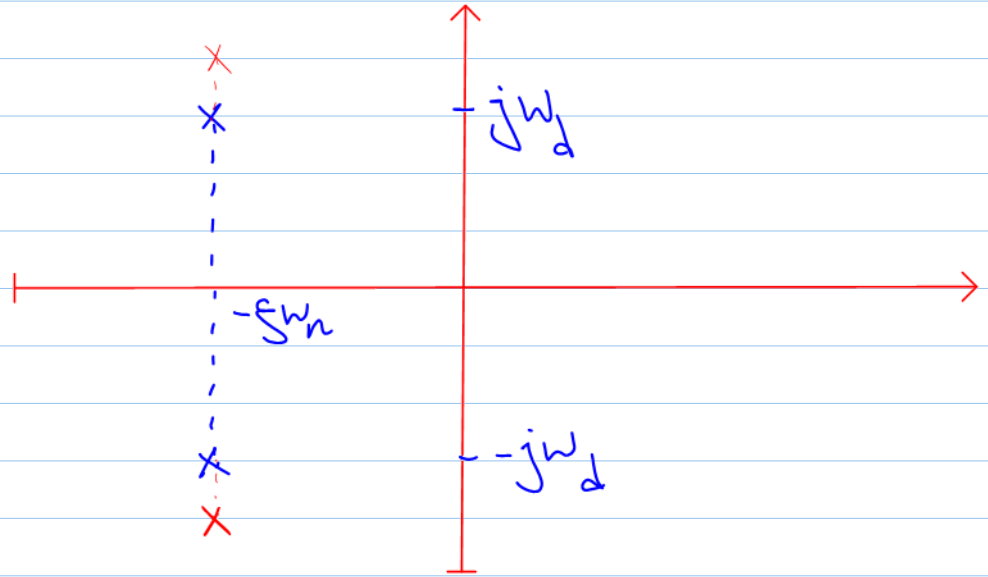
$\xi_3 < \xi_1 < \xi_2$

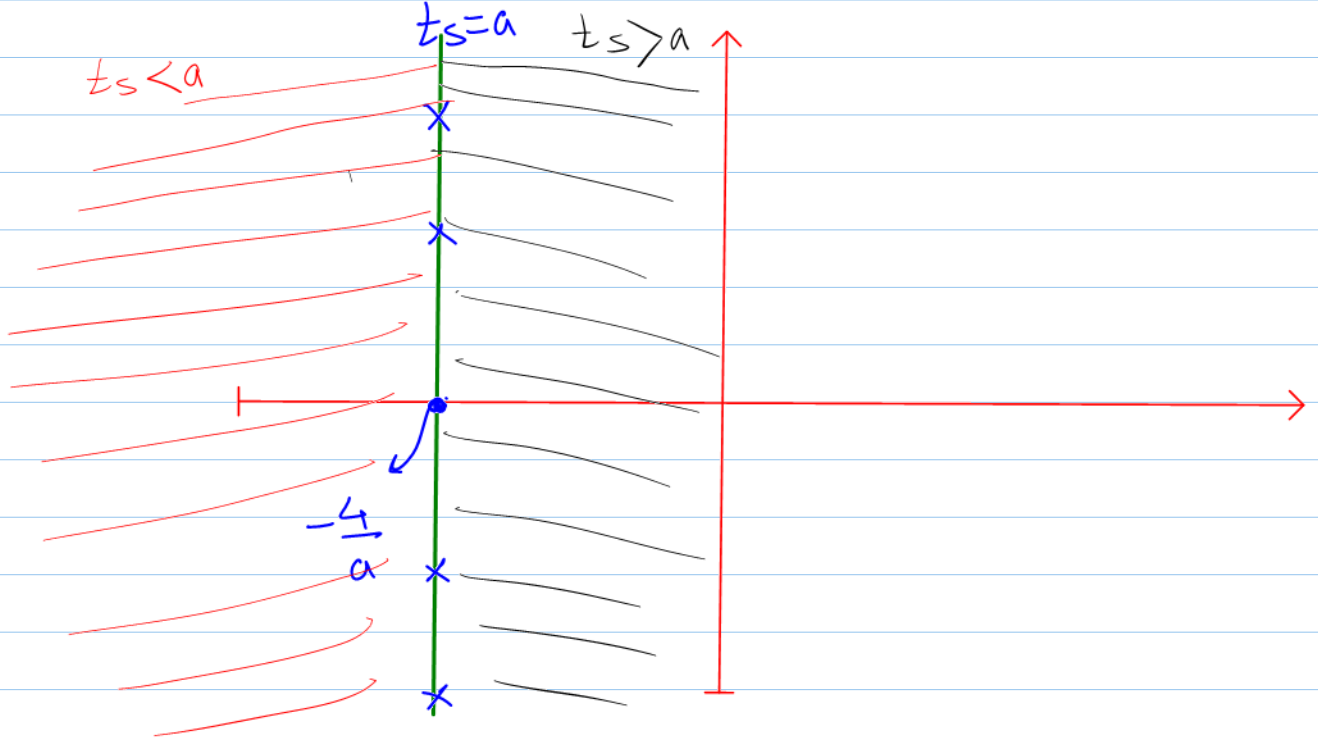
$\%OS_3 > \%OS_1 > \%OS_2$

$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n}$

$\xi\omega_n \uparrow \Rightarrow t_s \downarrow$

**2 هي الأسرع ضبطا و t_s :





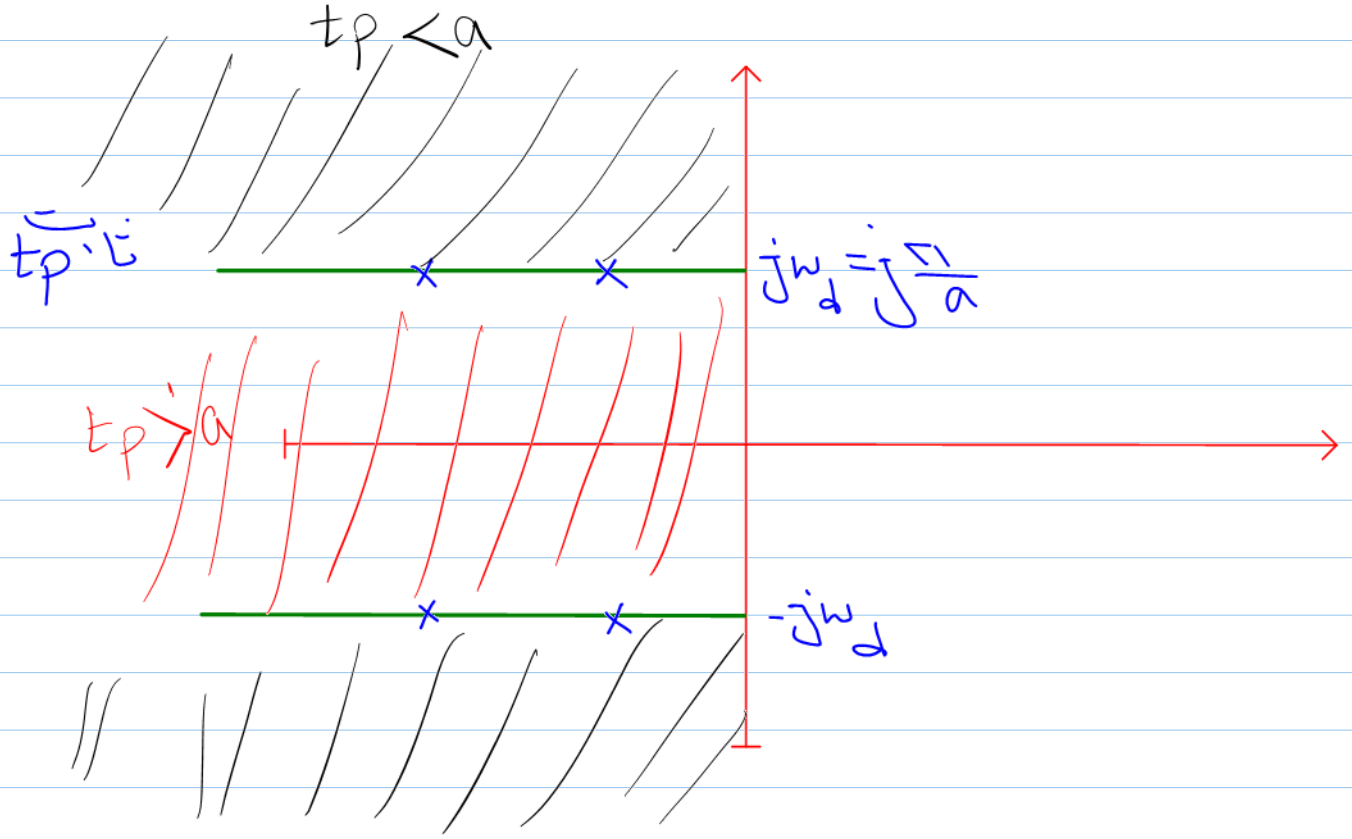
$t_s=a$

$t_s>a$

$t_s<a$

$t_s=a$ ← یعنی مقطعاوی خطعوی با مقدار حقیقی $-\frac{4}{a}$ قرار گیرند.

$t_s<a$ ← ~ ~ ~



$\omega_d = \frac{\pi}{a}$ ← $t_p = a$

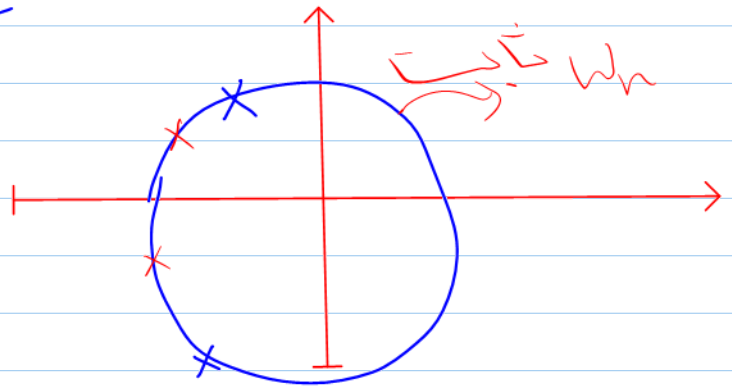
$t_p > a$

$t_p < a$

هر چه قطبها به محور حقیقی نزدیک شوند t_p بزرگتر می‌شود.

④ حل قطبها و ω_n :

اگر ω_n ثابت باشد یعنی قطبها روی دایره‌ای به شعاع ثابت قرار بگیرند.



جمله سیدی:

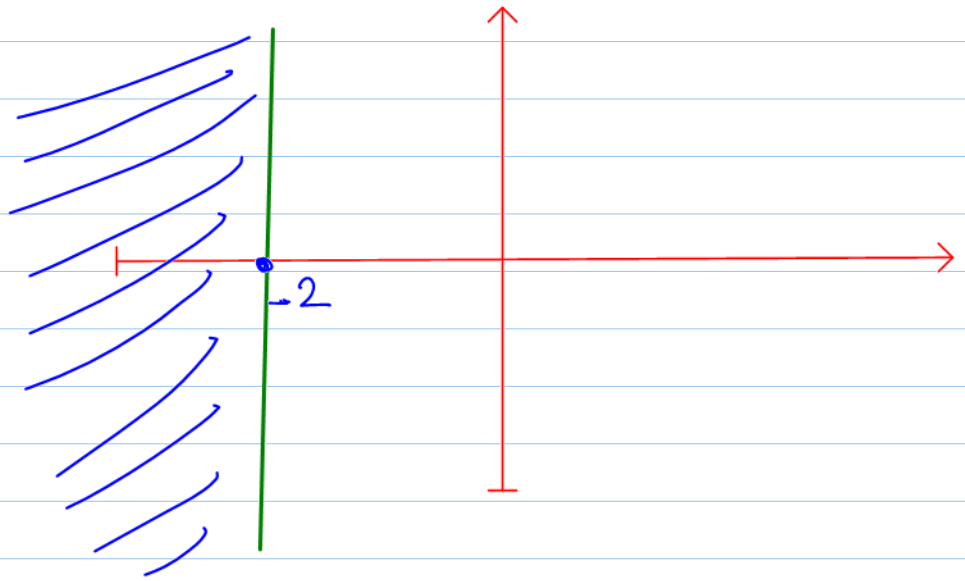
اگر در سیستم مرتبه بالاتر از 2 ، از مشخصات سیستم مرتبه 2 سوال کند، مثل

قطبها ملاک قرار می گیرد. (حق ندارم تقریب بزنم)

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 2s + k} \qquad t_s < 2s$$

مقدار k چقدر است؟

$t_s < 2$ در سیستم مرتبه 2 از نظر من قطبها یعنی چه؟ یعنی قطبها سمت چپ خط



عمودی با جنس حقیقی $-\frac{4}{2}$ قرار گیرند.

در سیستم $G(s)$ هم اگر قطب‌ها سمت چپ خط $s=-2$ قرار گیرند، $t_s<2$ خواهد شد.

در $G(s)$ مقدار k چقدر باشد تا قطب‌های سیستم سمت چپ خط $s=-2$ قرار بگیرند.

سوال مثل دوم: معیار پایداری روث (پایداری سنجی)

$$G(s) = \frac{1}{s^3+3s^2+2s+k}$$

$$\Delta(s) = s^3+3s^2+2s+k=0$$

$$\Delta(s+2) = (s-2)^3+3(s-2)^2+2(s-2)+k=0$$

$$= s^3-2s^2+4s-8+3s^2-12s+12+2s-4+k=0$$

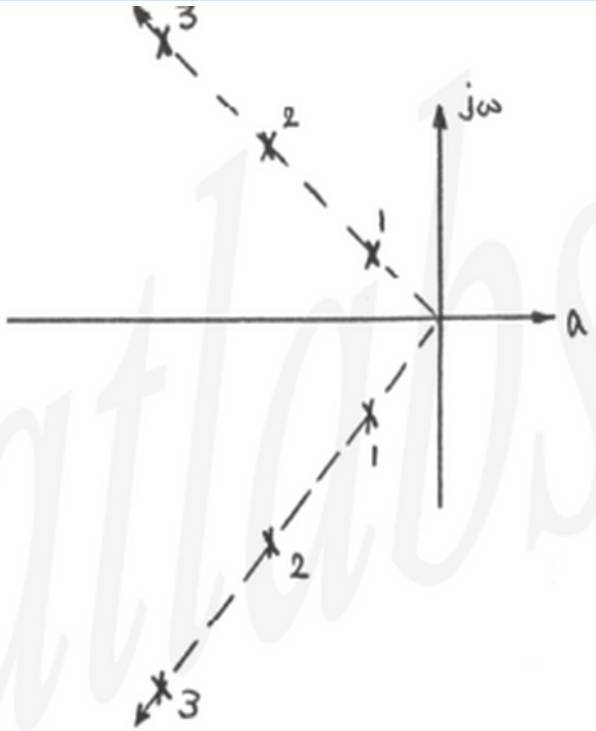
$$\Delta(s-2) = 15s^3+15s^2-6s+k=0$$

چون علامت ضرایب یکسان نیست هرگز $\Delta(s-2)$ پایدار نمی‌شود.

یعنی قطب‌های $G(s)$ سمت چپ خط $s=-2$ قرار نمی‌گیرند $\Leftarrow$ t_s کمتر از 2 نمی‌شود.

بردار ۱۳

۵۸. قطبهای یک سیستم مرتبه دوم مطابق شکل مقابل حرکت می‌کنند. کدام بیان در مورد این سیستم صادق است؟

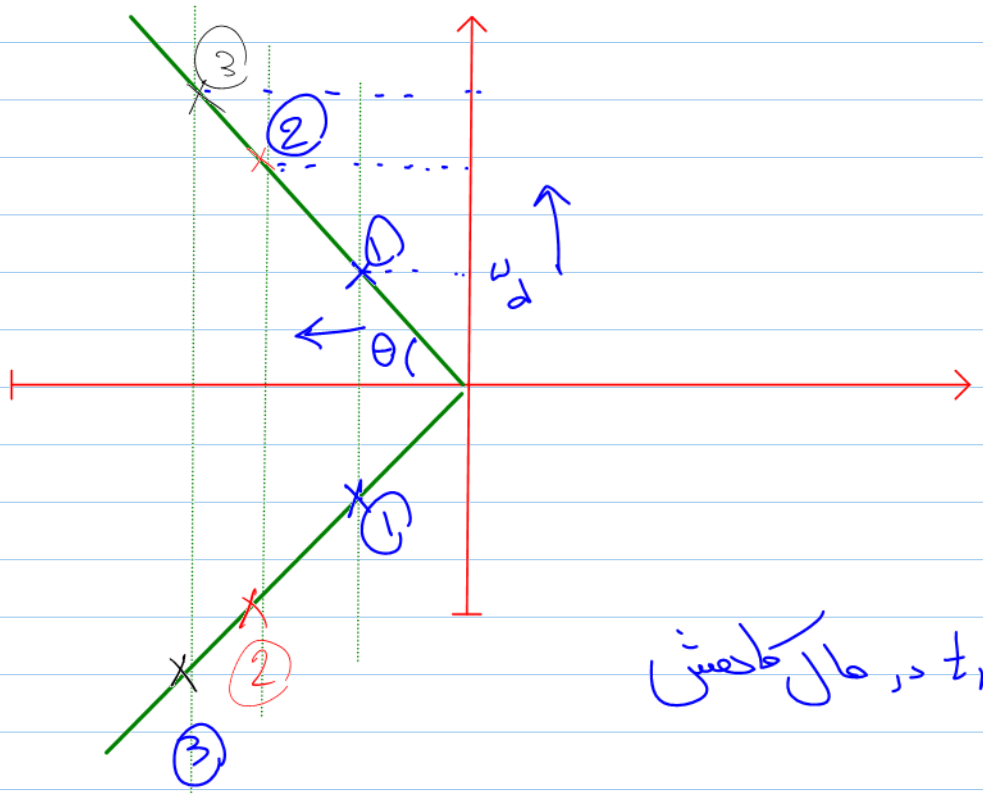


۱) زمان صعود سیستم کاهش می‌یابد.

۲) فراجهش سیستم افزایش می‌یابد.

۳) زمان مستقر شدن سیستم افزایش می‌یابد.

۴) فرکانس نوسانات سیستم کاهش می‌یابد.



$$t_r = \frac{\pi - \cos^{-1}(\xi)}{\omega_d}$$

$\xi \rightarrow \theta$

t_r در حال کاهش $\leftarrow$ { الف - ξ ثابت است
ب - ω_d در حال افزایش است.

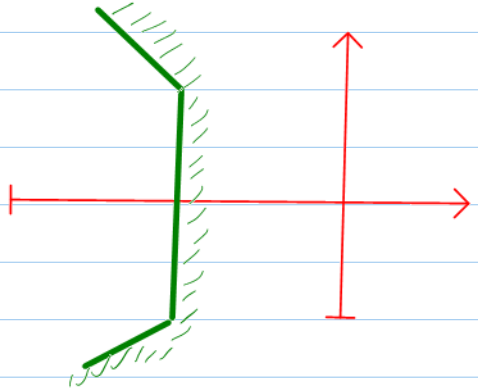
ξ ثابت $\rightarrow$ 0.8 ثابت ؟ 0.8

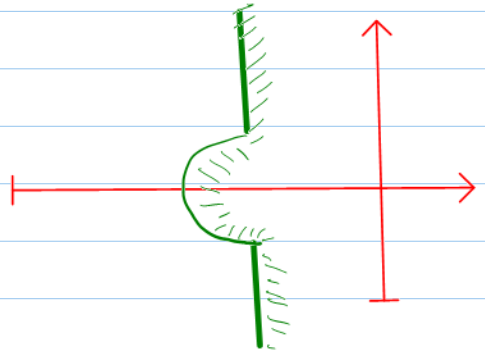
$$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n}$$

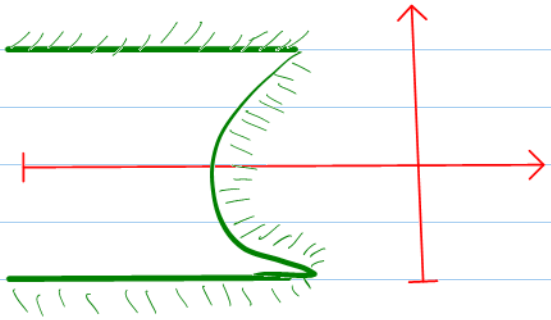
t_s در حال کاهش

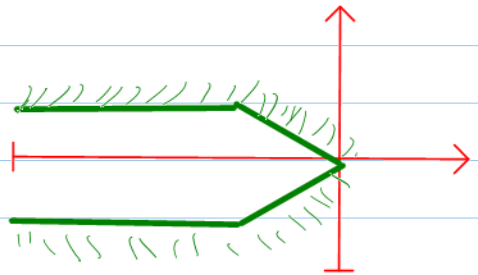
هوافضا ۹۳. کدام گزینه محدوده‌ی راستای میدهد که اگر قطبهای طقه بسته در آن محدود باشد

زمان اوج دارای کرانه پایین و فاصش دارای کرانه بالاست؟

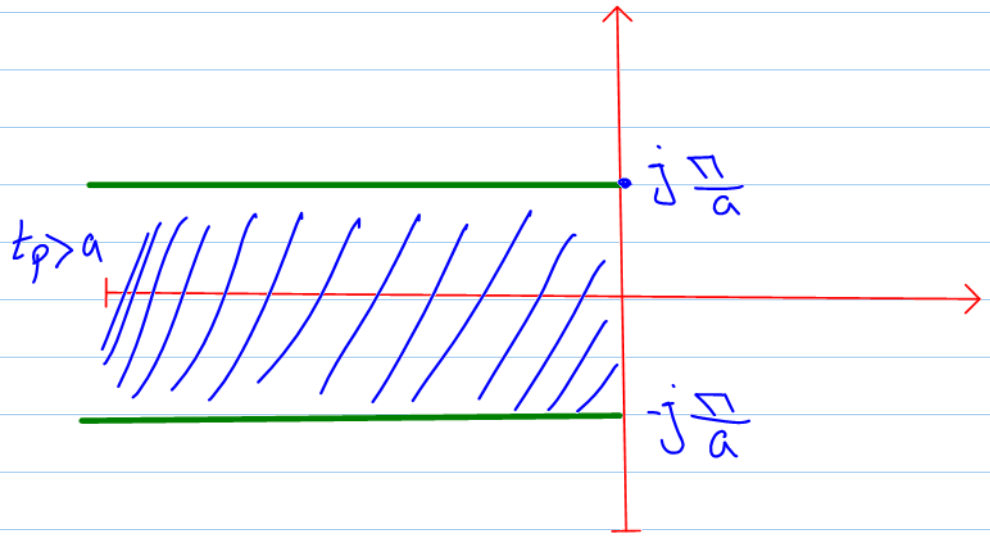




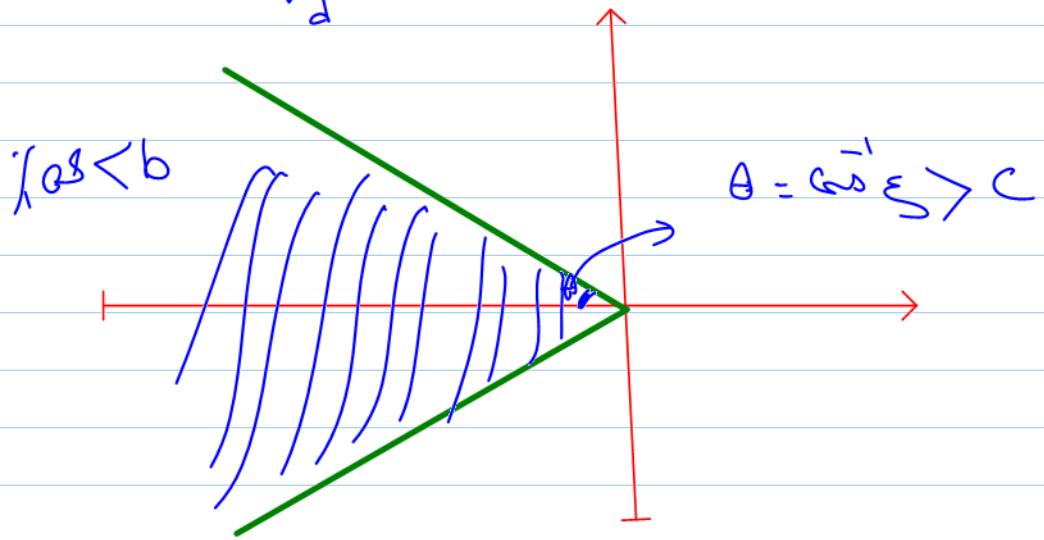


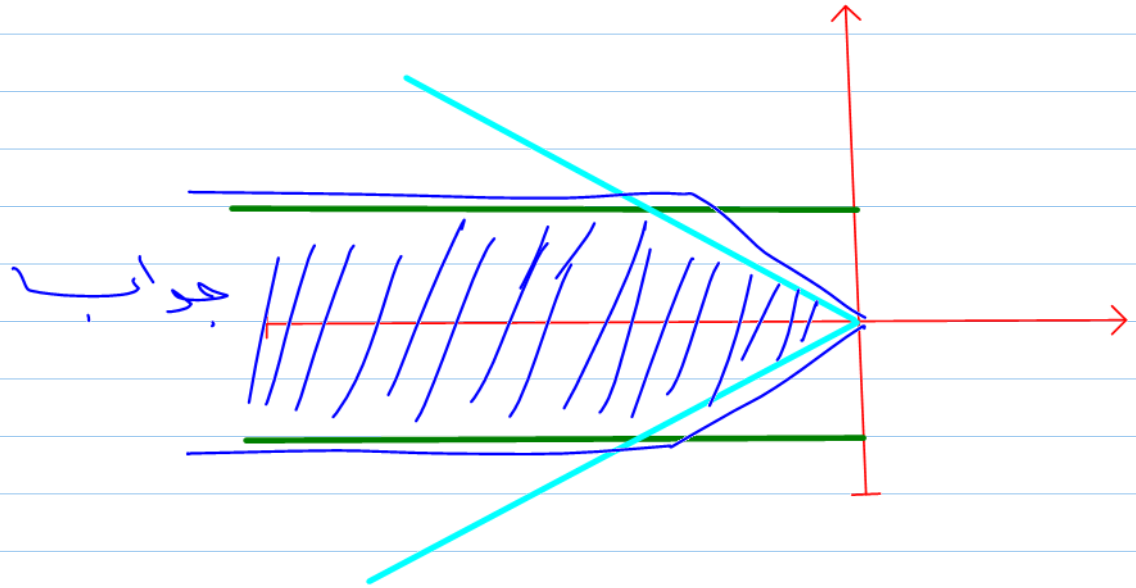


$t_p > a$ ، $j\omega < b$



$t_p = \frac{\pi}{w_d}$

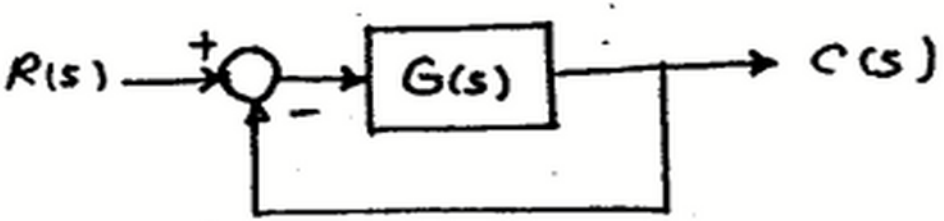




برق ۸۷

۸ ـ به ازای چه مقداری از k زمان نشست (با معیار ۲درصد) کمتر از ۲ ثانیه است؟

(در سیستم شکل مقابل $G(s) = \frac{k}{(s+1)(s+7)(s+10)}$ است.)



۱) ۶ ۲) ۳۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۳۸۰

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k}{(s+1)(s+7)(s+10)+k}$$

به ازای چه مقداری از k، $t_s<2$ است؟

قطبها سمت چپ خط $s=-(\frac{4}{2})$ باشند.

$$\Delta(s) = (s+1)(s+7)(s+10)+k = 0$$

$$\Delta(s-2) = (s-1)(s+5)(s+8)+k = 0$$

$$= (s-1)(s^2+13s+40)+k = 0$$

$$\Delta(s-2) = s^3+12s^2+27s+k-40 = 0$$

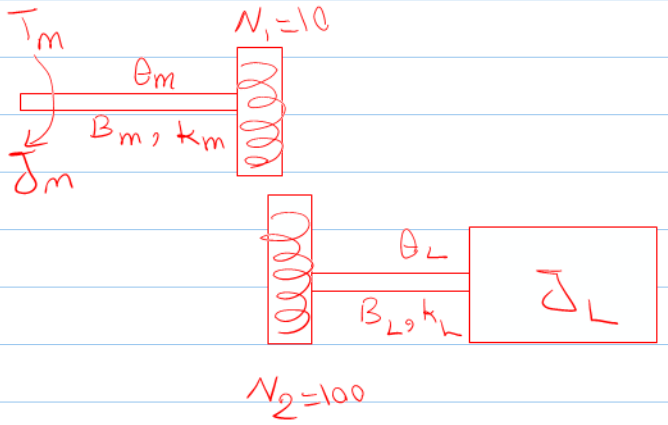
$$\begin{cases} 12\times 27 > 1\times(k-40) \\ k-40>0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k< 12\times 27+40 \\ k>40 \end{cases}$$

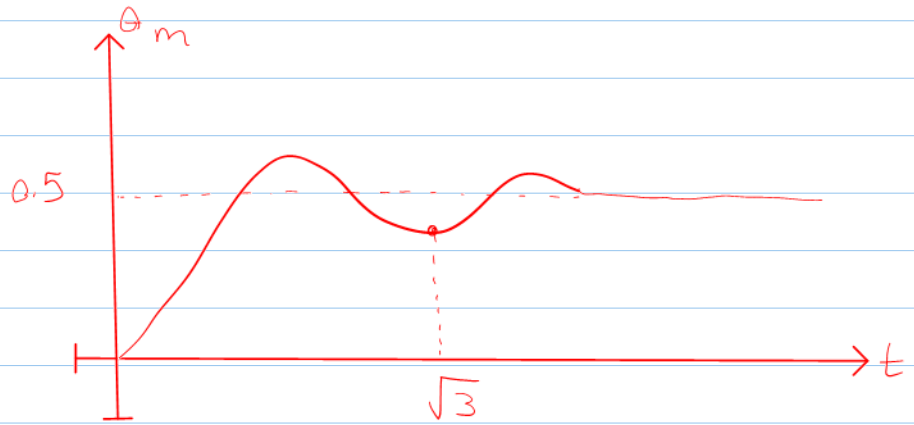
$$k < 324+40 \rightarrow \underline{40<k<364}$$

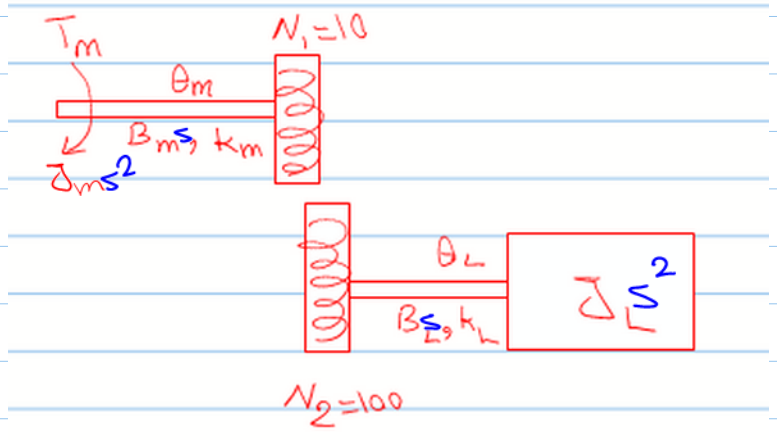
بردی ۹۴. سیستم شکل زیر یک موتور DC را که توسط جعبه دنده به بار مکانیکی متصل است

نشان می‌دهد. شکل دوم پاسخ زاویه θ_m را به ورودی $T_m = \frac{1}{s}$ نشان می‌دهد. اگر $k_L = 100$

باشد و بدانیم که زاویه فازی سیستم با خط حقیقی 60° است، مقدار w_n و k_m به ترتیب کدام است؟





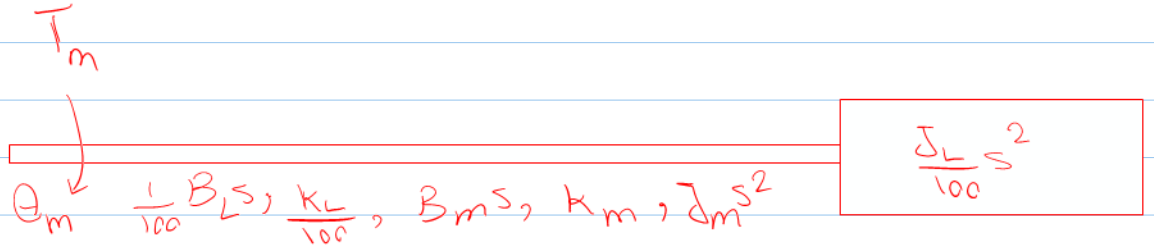


$$\frac{\theta_m}{T_m} = ?$$

معامل العزم J_L على العمود الأول $= \left(\frac{10}{100}\right)^2 J_L s^2 = \frac{J_L s^2}{100}$

$$k_L \sim \nu = \left(\frac{10}{100}\right)^2 k_L = \frac{k_L}{100}$$

$$B_L \sim \nu = \left(\frac{10}{100}\right)^2 B_L s = \frac{1}{100} B_L s$$



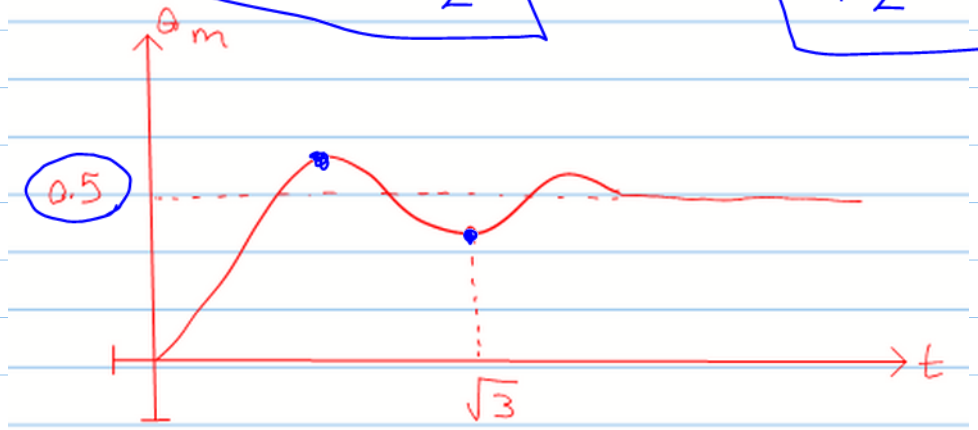
$$\left(\frac{J_L}{100} s^2 + J_m s^2 + k_m + \frac{k_L}{100} + B_m s + \frac{B_L}{100} s \right) \theta_m = T_m$$

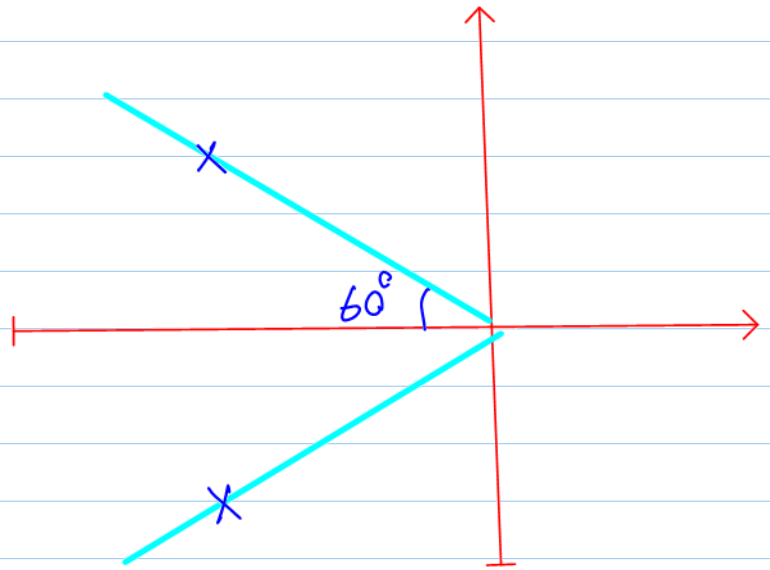
$$\therefore \quad \frac{\theta_m}{T_m} = \frac{1}{\left(J_m + \frac{J_L}{100}\right) s^2 + \left(B_m + \frac{B_L}{100}\right) s + k_m + \frac{k_L}{100}} = G(s)$$

$$\frac{\theta_m}{T_m} = \frac{1}{\left(J_m + \frac{J_L}{100}\right)s^2 + \left(B_m + \frac{B_L}{100}\right)s + k_m + 1}$$

$T_m = \frac{1}{s} \longrightarrow \theta_m$

$\theta_{m(\infty)} = \frac{1}{2}$, $t_{p_2} = \sqrt{3}$,





$\cos(60°) = \xi \rightarrow \xi = \frac{1}{2}$

$\theta_{m(\infty)} = \frac{1}{2} \longrightarrow$ dc gain $= \frac{\theta_{m(\infty)}}{T_{m(\infty)}} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = G(0) = \frac{1}{k_m + 1} \rightarrow \frac{1}{k_m + 1} = \frac{1}{2} \rightarrow k_m = 1$ ✓

$$t_{p_2} = \frac{2\pi}{\omega_d} = \sqrt{3} \rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$$

$$\zeta = \frac{1}{2}$$

$\omega_n = ?$ $\qquad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \qquad \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = \omega_n\sqrt{1-\frac{1}{4}}$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{3}} = \omega_n \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \boxed{\omega_n = \frac{4\pi}{3}} \checkmark$$

جلسه آینده: تأثیر مزهای دوم و چهارم سیستم مرتبه دوم