جلسه ۴۹ کنترل هوا

نمودار بودی

قوانین کلی نمودار بودی:

برای تشخیص تابع تبدیل از روی نمودار بودی و یا رسم نمودار بودی از قوانین زیر به ترتیب ذکر شده استفاده می کنیم.

① اگر در گزینه ها در تابع تبدیل e^{-Ts} دارم، از روی نمودار فاز شیب نهایی را چک می کنیم اگر شیب نهایی نمودار فاز a بود یعنی گزینه ای تأخیردار حذف می شود ولی اگر شیب نهایی فاز عدد غیر صفر b بود یعنی تأخیر e^{-bs} دارم.

اگر تابع تبدیل تأخیر e^{-Ts} دارد، گزینه ای با شیب نهایی نمودار فاز a حذف می شود و شیب نهایی نمودار فاز باید $-T$ باشد. و اگر تابع تبدیل تأخیر ندارد، گزینه هایی که نمودار فاز دارای شیب نهایی غیر صفر است حذف می شود

② درجه صفر و شیب نهایی نمودار اندازه:

در نمودار بودی دارم: شیب نهایی نمودار اندازه $= +20 \times$ (تعداد قطبها − تعداد صفرها)

در گام دوم قانون فوق را بین تابع تبدیل و نمودار بودی مطابقت می دهیم (اگر درجه صفر گزینه ها یا شیب نهایی نمودار اندازه در گزینه ها یکسان نباشد)

③ شیب اولیه نمودار اندازه:

شیب اولیه اندازه $= 20 \times$ (تعداد قطب در مبدأ − تعداد صفر در مبدأ)

اگر شیب اولیه یا تعداد صفرها و قطبهای در مبدأ متفاوت باشد گام سوم را بررسی می کنیم

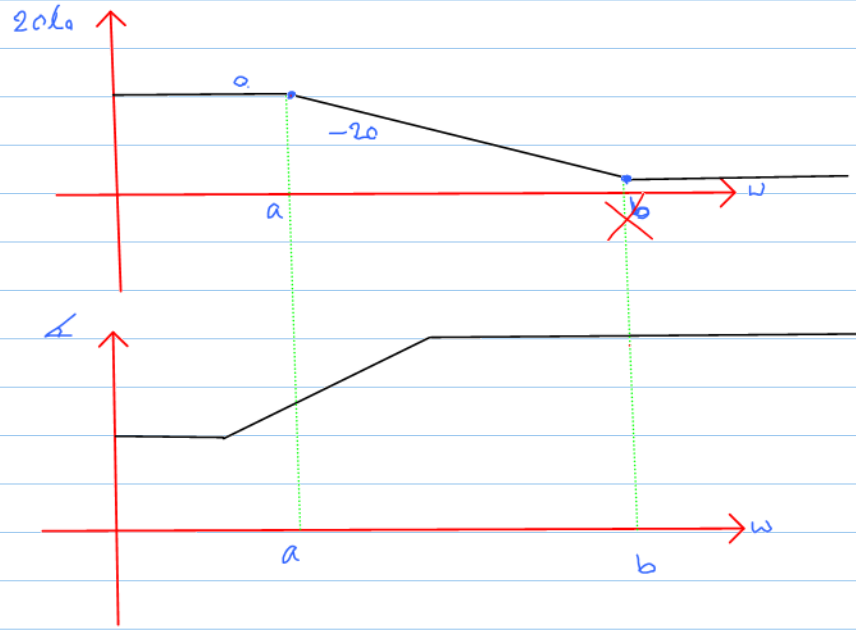
④ تغییر شیب و تشخیص صفرها و قطبها:

برای تشخیص هل صفرها و قطبها به صورت زیر عمل می کنیم:

$$G(s) = \frac{s-2}{s+10} \times \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s+10}{s+20} \cdot \frac{1}{s}$$

۷-۱- تغییر همان اندازه و فاز:



$$G(s)=\frac{}{(s-a)^1}$$

$$\frac{|-20|}{20}=1$$

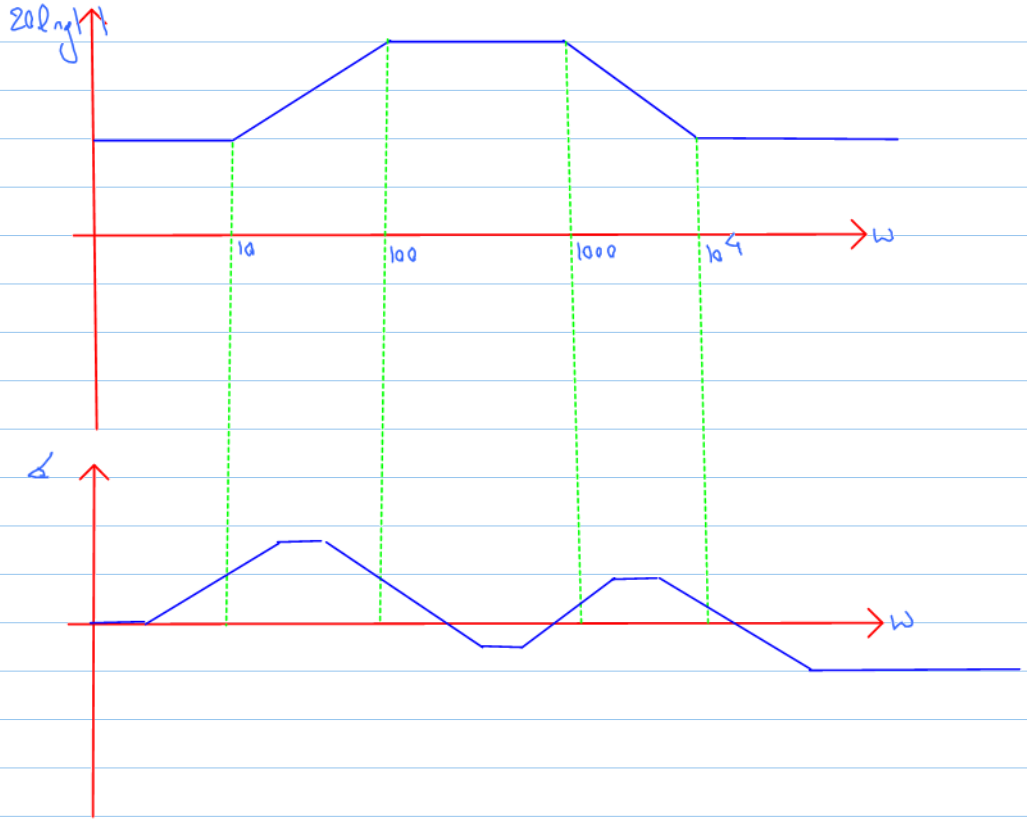
$s-a$

- افزایش شیب نمودار اندازه ($(s-a)$)
  - کاهش فاز ← صفر سمت راست در $s=a$
  - افزایش فاز ($s+a$) ← صفر سمت چپ در $s=-$
- در فرکانس $\omega=a$
- کاهش شیب نمودار اندازه ($\frac{}{s}$, $\frac{}{s}$)
  - کاهش فاز ($\frac{}{s+a}$) ← قطب سمت چپ $s=-a$
  - افزایش فاز ($\frac{1}{s-a}$) ← قطب سمت راست $s=a$

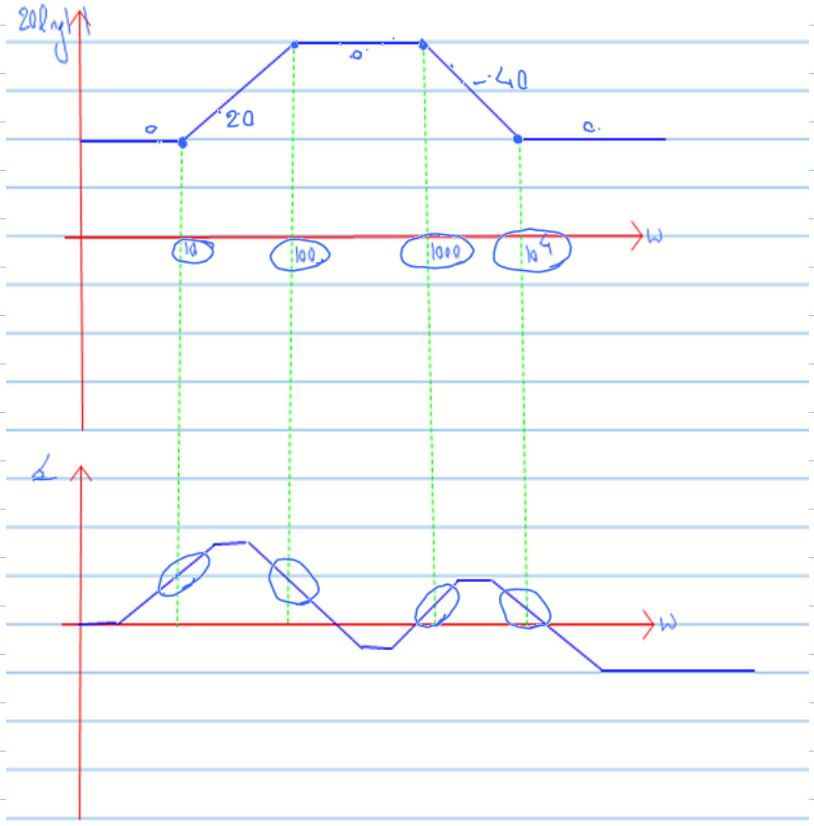
$$\text{مرتبه تکرار صفر یا قطب}=\frac{|\text{تغییر شیب اندازه}|}{20}$$

* اگر در نمودار اندازه تغییر شیب $40\frac{db}{dec}$ داشته باشیم می‌توانند مربوط به صفر یا قطب مختلط باشند و این مورد فقط در حالتی که دو گزینه‌ها $s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2$ یا $\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$ داشته باشیم رخ می‌دهد.

مثال:



$$G(s) = \frac{(s+10)^1 \quad (s-10^4)^2}{(s+100)^1 \quad (s-1000)^2}$$



$$\frac{|20|}{20} = 1$$

$$\frac{|-20|}{20} = 1$$

$$\frac{|-40|}{20} = 2$$

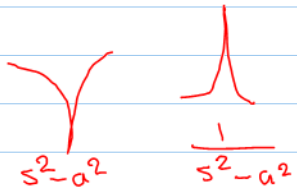
$$\frac{|40|}{20} = 2$$

اگر در نمودار فاز و شیب اندازه تغییرات یکسو باشد (کاهش-کاهش یا افزایش-افزایش) علامت $(s+a)$ هم‌علامت است در غیر این صورت علامت $(s-a)$ است.

4-2- تغییر شیب اندازه بدون تغییر فاز:

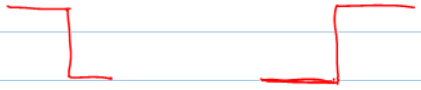
اگر در عوداراندازه در فرکانس شیب عودار تغییر کند ولی فاز تغییر نکند یعنی عامل $\frac{1}{s^2-a^2}$ یا s^2-a^2 دارم و بالعکس.

در این حالت در عودار دقیق اندازه، سوزن شکل خواهیم داشت.



4-3- تغییر فاز بدون تغییر شیب اندازه:

اگر در فرکانس شیب عودار اندازه تغییر نکند ولی در عودار فاز، افزایش فاز داشته باشیم یعنی عامل $\frac{s+a}{s-a}$ دارم و اگر فاز کاهش یابد یعنی $\frac{s-a}{s+a}$ دارم.



4-4- تغییر ناگهانی فاز:

هرگاه تغییر ناگهانی فاز (بصورت پله) داشته باشیم یعنی s^2+a^2 یا $\frac{1}{s^2+a^2}$ دارم. در این حالت در فرکانس تغییر فاز ناگهانی به عودار اندازه نگاه می‌کنیم اگر افزایش شیب دارم یعنی s^2+a^2 و اگر کاهش شیب دارم یعنی $\frac{1}{s^2+a^2}$

⑤ اندازه و فاز اولیه:

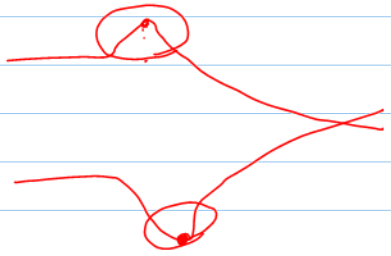
اگر با یکی از قانون فوق به جواب نرسیدم اندازه و فاز اولیه را حساب کرده و بگزینه‌ها مطابقت می‌دهیم.

در این قانون دقت کنید که هر s را از چه عددی شروع شده و اندازه و فاز اولیه را در آن s حساب کنید.

اندازه اولیه = $20\log|G(j\omega)|$

ω_0 : نقطه شروع هر s فاز در فرکانس ω_0 = فاز اولیه

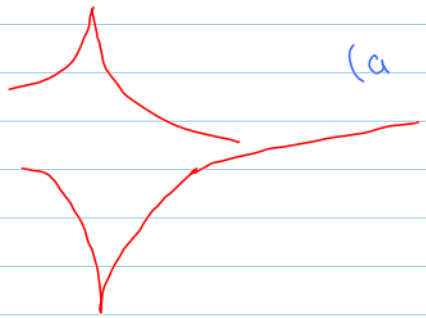
⑥ هرگاه در عودار اندازه قله داشته باشیم دارم: (در فرکانس ω_n)



قله رو به بالا (∧) ← $s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2$

قله رو به پایین (∨) $\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

$\xi < 0.7$



(7) اگر در نمودار اندازه سوزن داشته باشیم (نرم‌افزار a)

سوزن دو به بالا ← $s^2 + a^2$

سوزن دو به پایین ← $\frac{1}{s^2 + a^2}$

مکانیک ۸۳. نمودار بودی سیستمی که تمام صفرها و قطب‌های آن منفی حقیقی محور نیز است داده شده است.

تابع تبدیل آن کدام است؟

۱) $\frac{k(s+1)}{s(s+3)^2}$ ۲) $\frac{k(s^2+2s+1)}{s^2(s+3)}$ ۳) $\frac{k(s^2+3s+9)}{s^2(s+1)}$ ۴) $\frac{k(s+1)}{s^2(s^2+s+9)}$

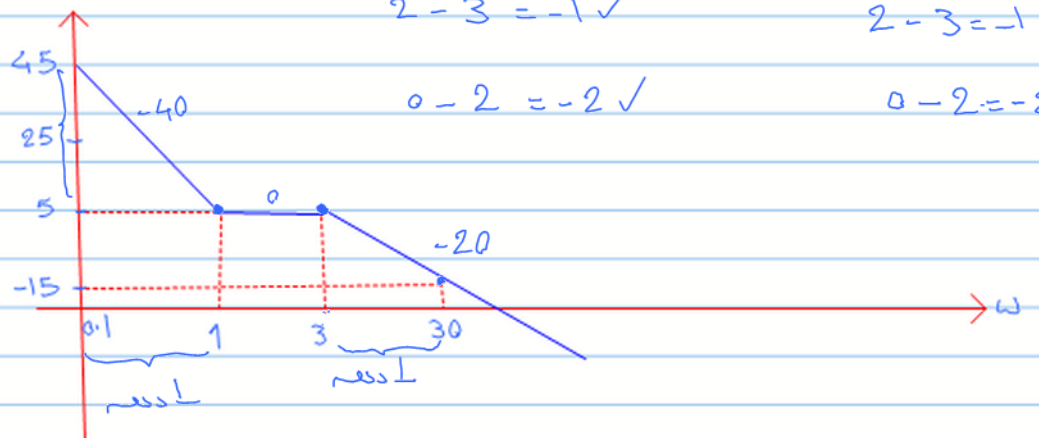


$\frac{k(s+1)}{s^2(s^2+s+9)}$ (4 $\frac{k(s^2+3s+9)}{s^2(s+1)}$ (3 $\frac{k(s^2+2s+1)}{s^2(s+3)}$ (2 ✓ $\frac{k(s+1)}{s(s+3)^2}$ (1

$1-4=-3$ (dB)

$2-3=-1$ ✓ $2-3=-1$ ✓ $1-3=-2$

$0-2=-2$ ✓ $0-2=-2$ ✓



$G(s)=\frac{(s+1)^2}{s^2(s+3)^1}$

$\frac{\text{شیب نهایی اندازه}}{20}$ = تعداد صفرها − تعداد قطبها ← (2) × (1)

$5 \longrightarrow -15$ در یک دهنه

$\frac{-20}{20}=-1$ = تعداد قطبها − تعداد صفرها ⟵

-20 dB/dec

(3) شیب اولیه ← -40 dB/dec

تعداد قطبهای در مبدأ − تعداد صفرها در مبدأ $=\frac{-40}{20}$

$-2=$ ~ ~ ~ ~ ~ ~

(4) حل صفرها و قطبها ←

تغییر شیب اندازه ← افزایش ← صورت ← $(s+1)^2$

کاهش شیب ← مخرج ← $\frac{1}{(s+3)^1}$

$\frac{|40|}{20}=2$ $\frac{|-20|}{20}=1$

$G(s)=\frac{(s+1)^2}{s^2(s+3)}$

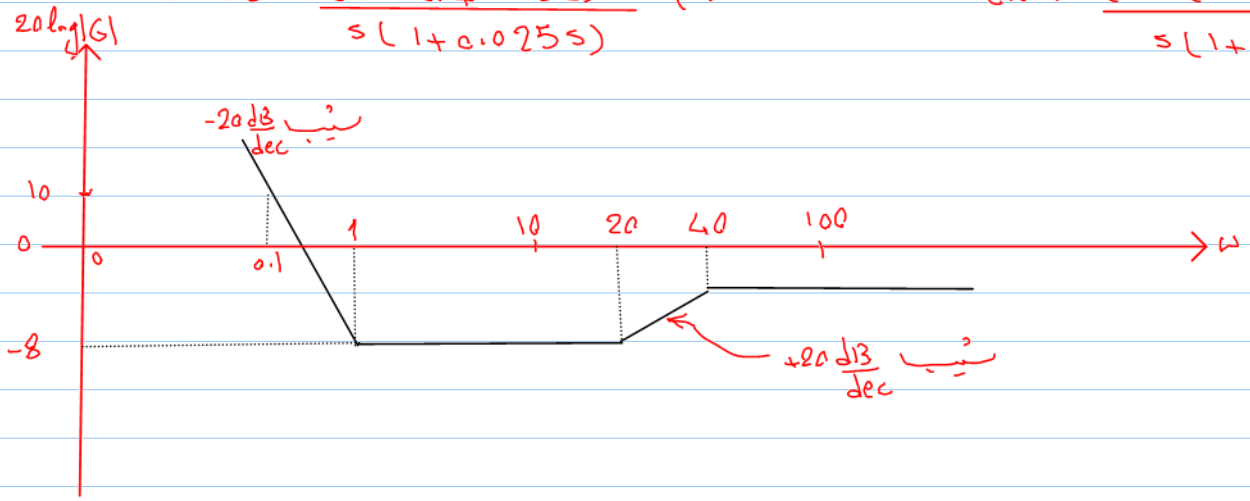
مکانیک ۸۹. نمودار مجانبهای دامنه بود یک سیستم دو زیر توسیع شده است. نزدیکترین تابع تبدیل متناظر با این نمودار کدام است؟

1) $\frac{0.4(1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$

2) $\frac{0.28(1+s)(1+0.025s)}{1+0.05s}$

3) $\frac{0.04(1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$

4) $\frac{0.028(1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$



X (1)

(2) تعداد قطبها - تعداد صفرها = $\frac{0}{20}$

$0 =$

X (3)

(4) کل صفرها و قطبها

$\frac{|20|}{20} = 1$

$\frac{|20|}{20} = 1 \qquad \frac{|.20|}{20} = 1$

$\frac{0.28\ (1+s)(1+0.025s)}{1+0.05s}$ (2

$2-1=1$

$\frac{0.4\ (1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$ (1

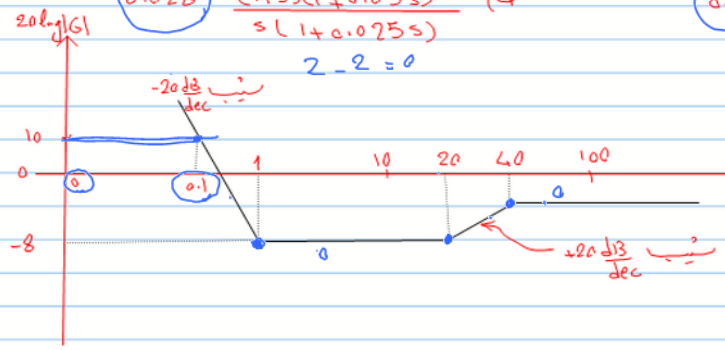
$2-2=0$

$\frac{0.028\ (1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$ (4

$2-2=0$

$\frac{0.04\ (1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$ (3

$2-2=0$



$G(s) = \frac{(s+1)^1(s+20)^1}{s(s+40)^1} = \frac{20(s+1)(1+0.05s)}{40\,s(1+0.025s)}$

(5) اندازه اولیه

$G(s) = k \times \frac{1}{2}\ \frac{(s+1)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$

$\log_b a = c \rightarrow a = b^c$

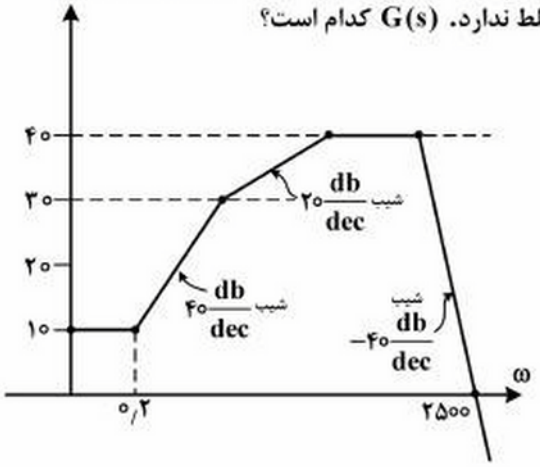
$20\log|G(j0.1)| = 10 \rightarrow \log_{10}|G(j0.1)| = \frac{1}{2}$

$|G(j0.1)| = \sqrt{10} \rightarrow$

$\left|k\ \frac{1}{2}\right| \frac{|(1+j0.1)||1+j0.1\times0.05|}{|j0.1||1+j0.1\times0.025|} = \sqrt{10} \rightarrow k =$

مکانیک ۹۵

شکل زیر، نمایش تقریبی مجانب‌های دیاگرام بود (Bode diagram) برای سیستمی با تابع تبدیل $G(s)$ است که هیچ قطب و صفری در نیم‌صفحهٔ سمت راست صفحهٔ مختلط ندارد. $G(s)$ کدام است؟

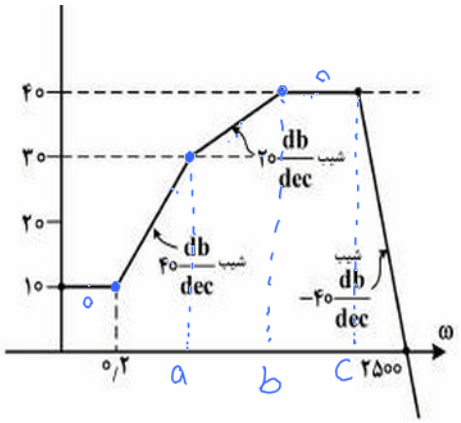


۱) $\frac{۳٫۱۶(۱+۵s)^۲}{(۱+۱٫۵۸s)(۱+۰٫۵s)(۱+۰٫۰۰۰۴s)^۲}$

۲) $\frac{۴٫۷۱(۱+۰٫۲s)^۲}{(۱+۳٫۲s)(۱+۳۲s)(۱+۲۵۰۰s)^۲}$

۳) $\frac{۹۴٫۶(۱+۰٫۲s)^۲}{(۱+s)(۱+۵s)(۱+۵۰s)^۲}$

۴) $\frac{۲٫۷۲(۱+s)(۱+۲s)}{(۱+۳٫۲s)(۱+۰٫۵s)(۱+۳٫۲s)}$



$$\frac{۳٫۱۲(1+0.5s)^{۲}}{(1+1٫۵۸s)(1+0٫05s)(1+0٫۰۰۰۴s)^{۲}} \quad (۱$$

$$\frac{۴٫۷۵(1+0٫۲s)^{۲}}{(1+۴٫۲s)(1+۳۲s)(1+۲۵۰۰s)^{۲}} \quad (۲$$

$$\frac{۹۴٫۶(1+0٫۲s)^{۲}}{(1+s)(1+0.5s)(1+50s)^{۲}} \quad (۳$$

$$\frac{۲٫۷۲(1+s)(1+۲s)}{(1+۳٫۲s)(1+0٫05s)(1+۳٫۲s)} \quad (۴$$

-0.2

$1+0.2s=0 \rightarrow s=\frac{-1}{2}=-5$

$\frac{-40}{20}=-2=$ قطبها - صفرها

$$G(s)=k\frac{(s+0.2)^{2}}{(s+a)^{1}(s+b)^{1}(s+c)^{2}}$$

$=k(0.2)^{2}\ [1+5s]^{2}$

$\frac{|-40|}{20}=2$

$\frac{|-20|}{20}=1$

$\frac{|-20|}{20}=1$

$\frac{|-40|}{20}=2$

X ①

② شیب نهایی

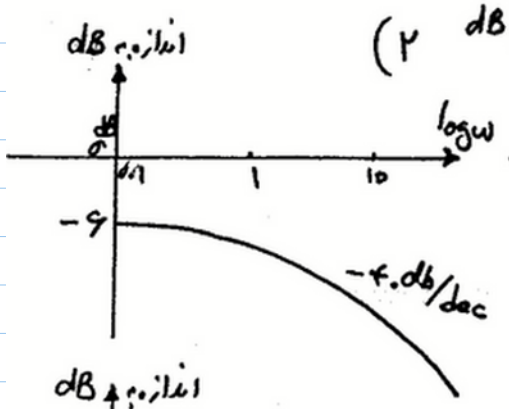
X ③ شیب اولیه

④

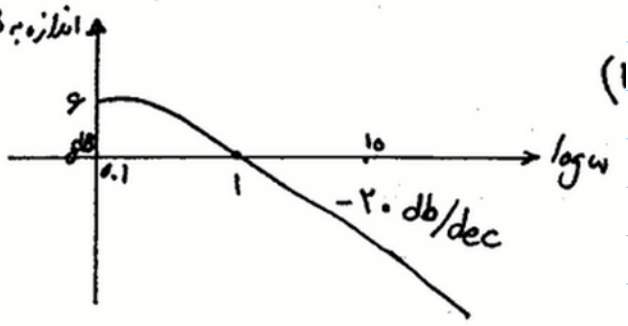
برق ۸۶

۱- سیستمی با معادلات حالت $\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad y = [0\ 1]x$ توصیف می‌شود پاسخ فرکانسی این سیستم کدام است؟

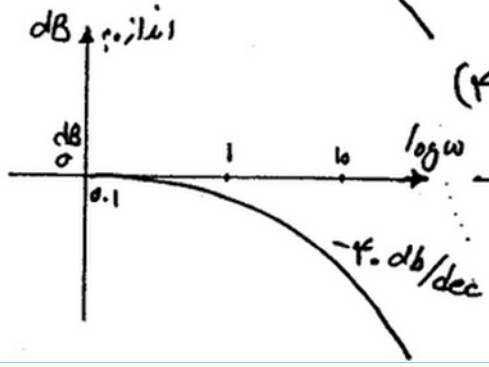
(۲



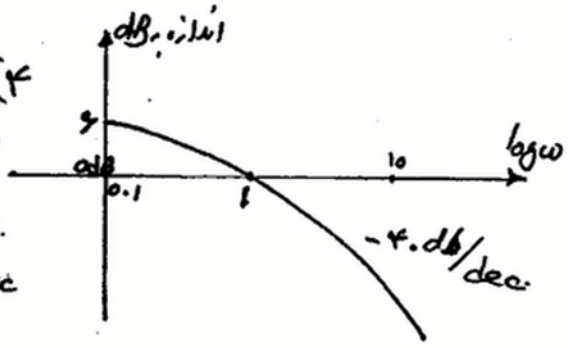
(۱



(۴



(۳



$$\begin{cases} \dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{A} x + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} u \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C} x + \underbrace{0}_{D} \times u \end{cases}$$

$G(s) = ?$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + \cancel{D}^{0}$$

$$sI - A = \begin{bmatrix} s-1 & 0 \\ -2 & s-1 \end{bmatrix} \rightarrow (sI-A)^{-1} = \frac{1}{(s-1)^2}\begin{bmatrix} s-1 & 0 \\ 2 & s-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} & 0 \\ \frac{2}{(s-1)^2} & \frac{1}{s-1} \end{bmatrix}$$

$$(sI-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} & 0 \\ \frac{2}{(s-1)^2} & \frac{1}{s-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} + 0 \\ \frac{2}{(s-1)^2} + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} \\ \frac{2}{(s-1)^2} \end{bmatrix}$$

$$C(sI-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} \\ \frac{2}{(s-1)^2} \end{bmatrix} = \frac{2}{(s-1)^2}$$

$$G(s) = \frac{2}{(s-1)^2}$$

شیب نهایی ② $\times$ ①

گذر یک هفت.

شیب نهایی $= 20 \times (0-2) = -40\ dB/dec$

فرکانس گوشه ها نقطه شروع ←

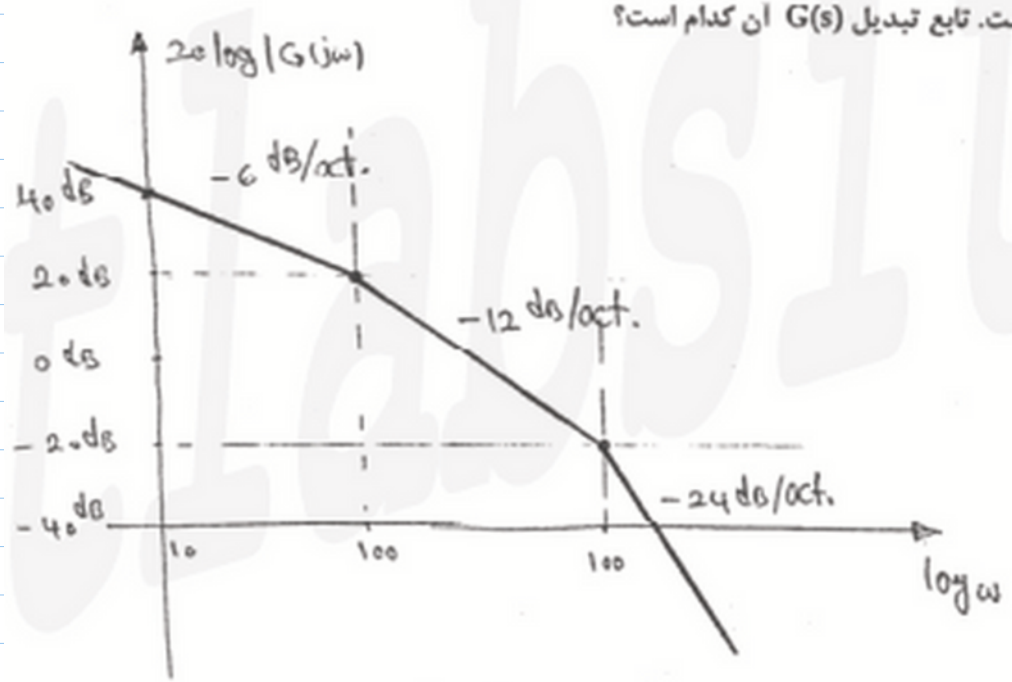
$\omega = 0.1$

$$20\log|G(j0.1)| = 20\log\frac{|2|}{|(j0.1-1)^2|} = 20\log 2 - 20\log\underbrace{|j0.1-1|^2}_{\cancel{1}\ 0} = 20\log 2$$

$$\log a = \begin{cases} \text{مثبت} & a > 1 \\ \text{منفی} & 0 < a < 1 \end{cases}$$

$20\log 2 > 0 \rightarrow$

منحنی دامنه بد در شکل زیر داده شده است. تابع تبدیل G(s) آن کدام است؟

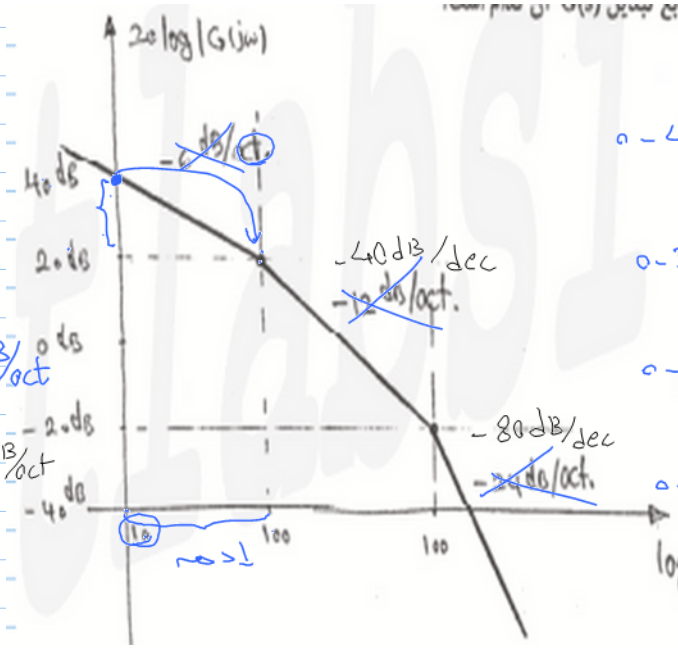


۱) $\frac{10^8}{s(s+100)(s+1000)^2}$

۲) $\frac{10^8}{s(s+100)(s+1000)}$

۳) $\frac{10^7}{(s+100)(s+1000)^2}$

۴) $\frac{10^{11}}{s(s+100)(s+1000)^2}$



octave ← هشت برابر

$-6\,dB/oct$ → دو برابر شدن ω هشت برابر شود اندازه 6dB کاهش دارد.

شیب اولیه $= -20\,dB/dec = -6\,dB/oct$

$-80\,dB/dec = -24\,dB/oct$

$0-4=-4$ $\quad \times \frac{10^4\,k}{s(s+100)(s+1000)^2}$ (1)

$0-3=-3$ $\quad \frac{10^4}{s(s+100)(s+1000)}$ (2)

$0-3=-3$ $\quad \frac{10^4}{(s+100)(s+1000)^2}$ (3)

$0-4=-4$ $\quad \frac{10^{11}\,k}{s(s+100)(s+1000)^2}$ (4)

$\frac{-80}{20}$ = تعداد صفرها ـ مقدار قطعها $\quad -80\,\frac{dB}{dec}$ ← شیب نهایی اندازه (2) $\times$ (1)

$20\log|G(j10)| = 40$ ← اندازه اولیه (5) $\times$ (4) $\times$ (3)

$\log|G(j10)| = 2 \rightarrow |G(j10)| = 100$

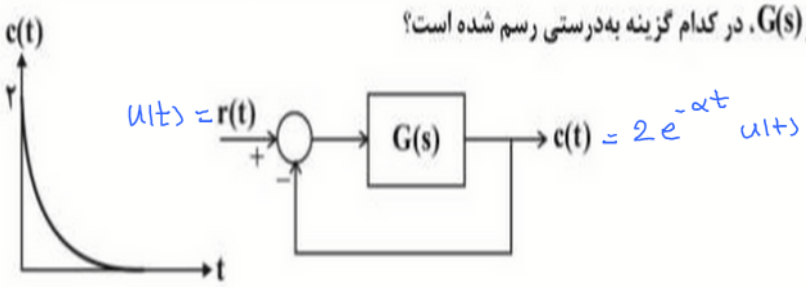
$$G(j10) = \frac{k}{j10 \times (j\frac{10}{100}+1)(j\frac{10}{1000}+1)^2}$$

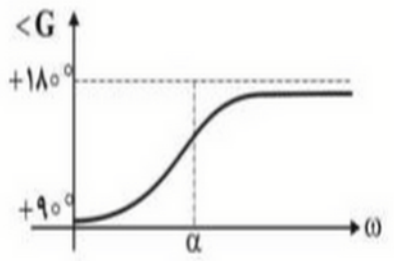
$$|G(j10)| \simeq \frac{k}{|j10 \times 100 \times 10^6|} = \frac{k}{|j|\,|10^9|} = \frac{k}{10^9}$$

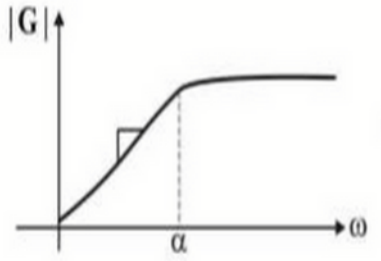
$$\frac{k}{10^9} = 10^2 \rightarrow k = 10^{11}$$

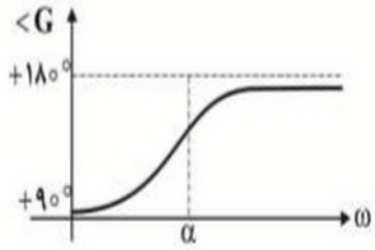
سؤال ۹۷

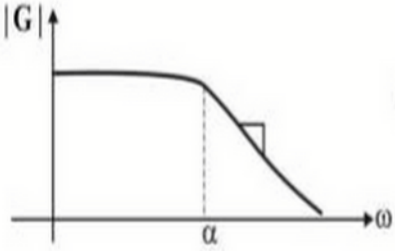
اگر پاسخ پلهٔ یک سیستم حلقه‌بستهٔ فیدبک واحد به شکل زیر باشد ($c(t)=2e^{-\alpha t}u(t)$)؛ دیاگرام بودی سیستم حلقه‌باز $G(s)$، در کدام گزینه به‌درستی رسم شده است؟

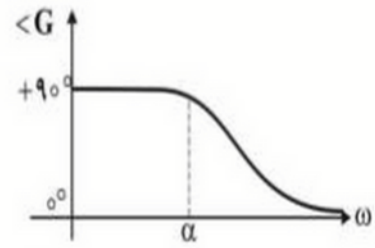


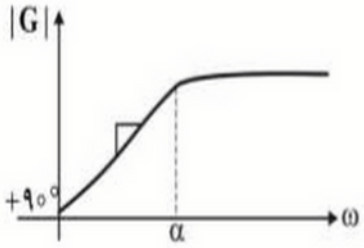


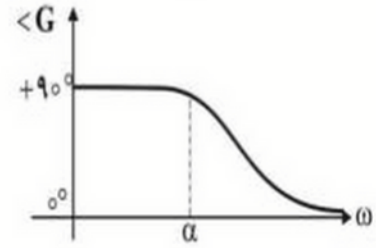


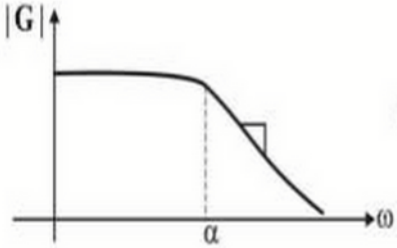










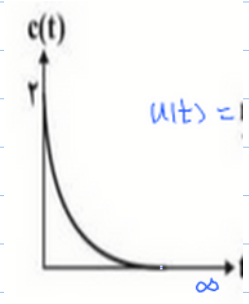


forum.konkur.in

$c(t) = 2e^{-\alpha t}\, u(t)$ $\qquad r(t) = u(t)$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{2}{s+\alpha}}{\frac{1}{s}} = \frac{2s}{s+\alpha} = \frac{\text{مود ت } G}{\text{مود ت } G + \text{فز ج } G}$$

$$G(s) = \frac{2s}{s+\alpha-2s} = \frac{2s}{\alpha - s} \quad ; \quad \alpha \text{ مثبت یا منفی؟}$$



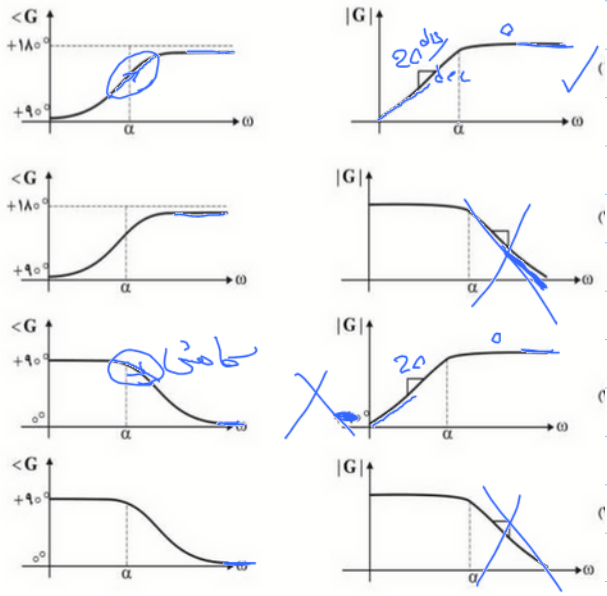
$c(t) = 2e^{-\alpha t}\, u(t)$

$c(\infty) = 0 \rightarrow 2e^{-\alpha \times \infty} \times 1 = 0 \rightarrow e^{-\infty} = 0 \qquad e^{-\infty} = 0$

$\alpha > 0$

$\alpha = -1 \qquad e^{-(-1)\infty} = e^{\infty} = \infty$

$$G(s) = \frac{2s}{\alpha - s} \quad ; \quad \alpha > 0$$



① مانند فازیم ← شیب نهایی فاز = 0 ✓

② شیب نهایی اندازه: $20(1-1) = 0$

③ شیب اولیه اندازه: $20 \times (1-0) = 20\ dB/dec$

④ $\alpha > 0 \Rightarrow s$ کاهش شیب اندازه و افزایش فاز

$$G(s) = \frac{2s}{\alpha - s} \rightarrow$$