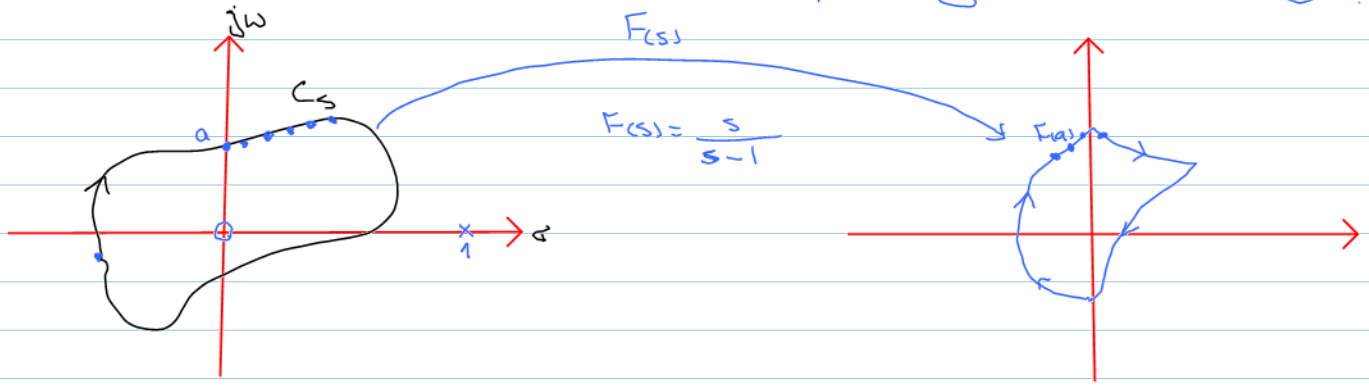
جلسه 53 کنترل

قضیه نگاشت:

اگر منحنی بسته C_s در صفحه s از روی هیچ قطبی از $F(s)$ عبور نکند آنگاه داریم:

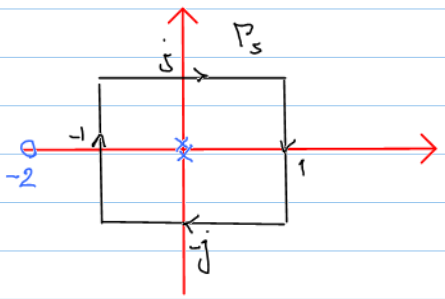
نگاشت C_s تحت $F(s)$ به یک منحنی هم جهت با C_s تبدیل می‌شود که به تعداد N بار حول مبدأ مختصات را دور می‌زند. $N = Z - P$ است که Z تعداد صفرهای و P تعداد قطب‌های $F(s)$ است که داخل C_s باشد.

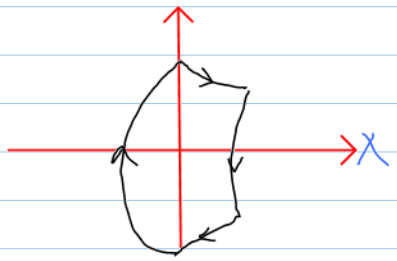
$N = 1 - 0 = 1$

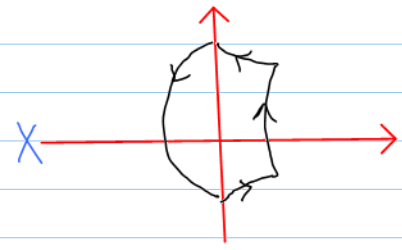


مثال برق ۸۵

اگر مسیر مستطیلی C_s توسط تابع $F(s) = \frac{s+2}{s^2}$ به صفحه $F(s)$ نگاشته شود، کدام شکل حاصل می‌شود؟

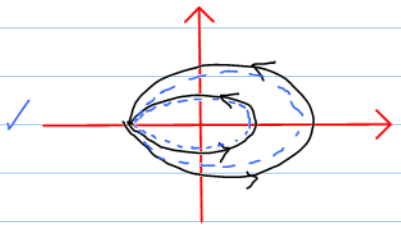




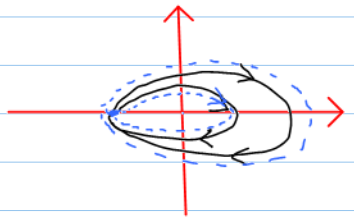


$F(s) = \frac{s+2}{s^2}$

$N = 0 - 2 = -2$

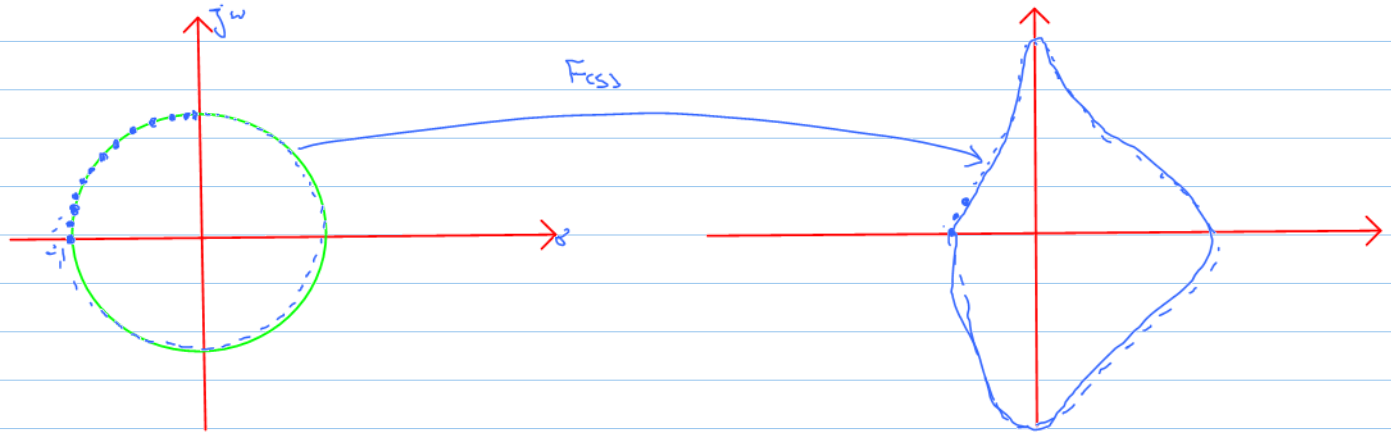


$N = -2$



$N = 2$

نگاشت C_s تحت $F(s)$ به تعداد 2 بار در خلاف جهت ساعتگرد مبدأ را دور می‌زند.



$F(s) = \frac{s}{s^2+1}$ $\quad F(-1) = \frac{-1}{2}$

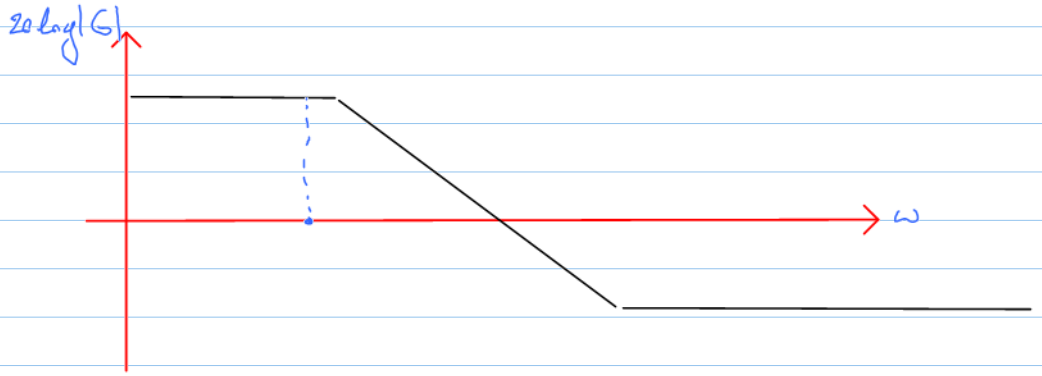
اگر $N<0$ باشد یعنی مبدأ را در جهت پاد ساعتگرد دور می‌زند.

" $N>0$ " " " " " ساعتگرد " "

معیار نایکوئیست:

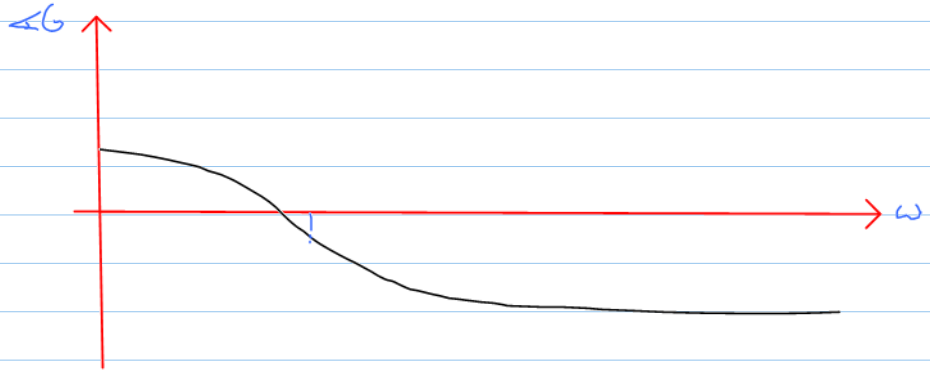
$G(s)$ ← پاسخ فرکانسی ← تکان هندسی

نمودار بودی ← $|G|$, $\angle G$ ← نایکوئیست.



$G(j\omega)$

$\omega = 10$

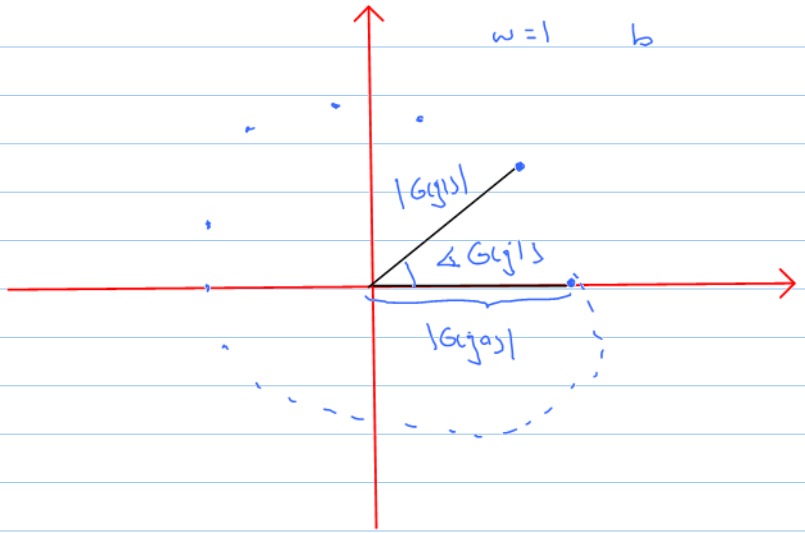


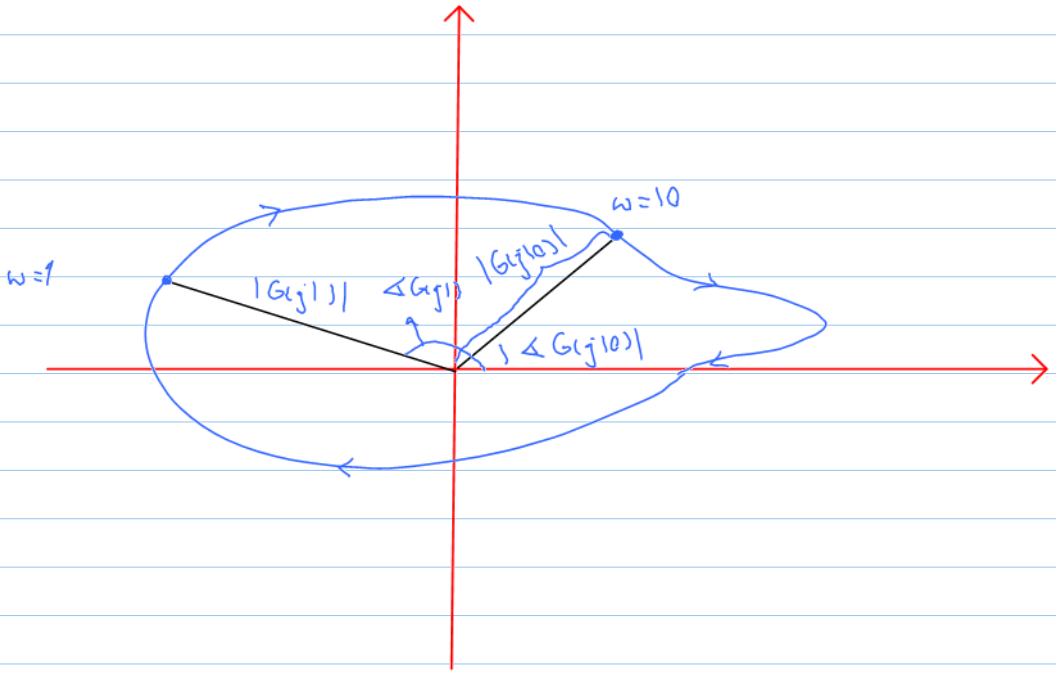
$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j \angle G(j\omega)}$

$\omega = 0 \quad a = |G(j0)| e^{j \angle G(j0)}$

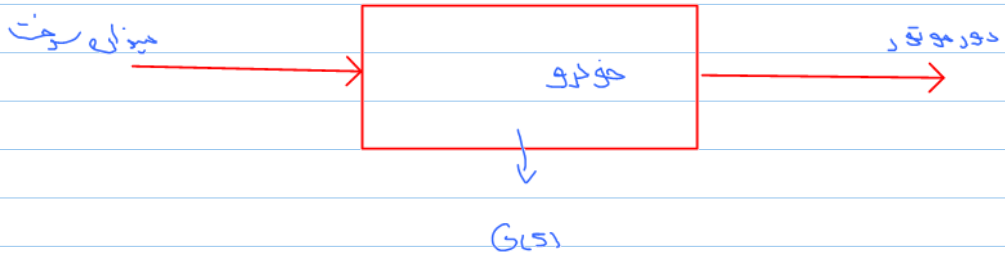
$\omega = 0$

$\omega = 1 \quad b$





هدف پاسخ فرکانسی: تحلیل پایداری:



$\omega_1 = 0$ $\quad x = A_1 \sin(\omega_1 t)$ $\quad y(t) = B_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$

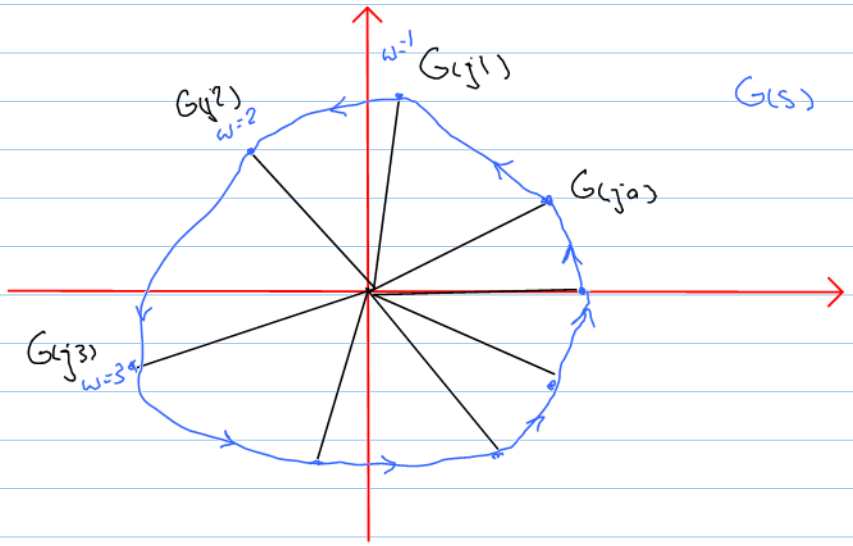
$\omega_2 = 1$ $\quad x = A_2 \sin(\omega_2 t)$ $\quad y(t) = B_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$

$\vdots$

$x(t) = A \sin(\omega_0 t) \xrightarrow{G(s)} y(t) = A_1 |G(j\omega_0)| \sin(\omega_0 t + \angle G(j\omega_0))$

$B_1 = A_1 |G(j\omega_1)| \rightarrow \begin{cases} |G(j0)| = \dfrac{B_1}{A_1} \\ \angle G(j0) = \varphi_1 \end{cases}$

$\begin{cases} |G(j1)| = \dfrac{B_2}{A_2} \\ \angle G(j1) = \varphi_2 \end{cases}$

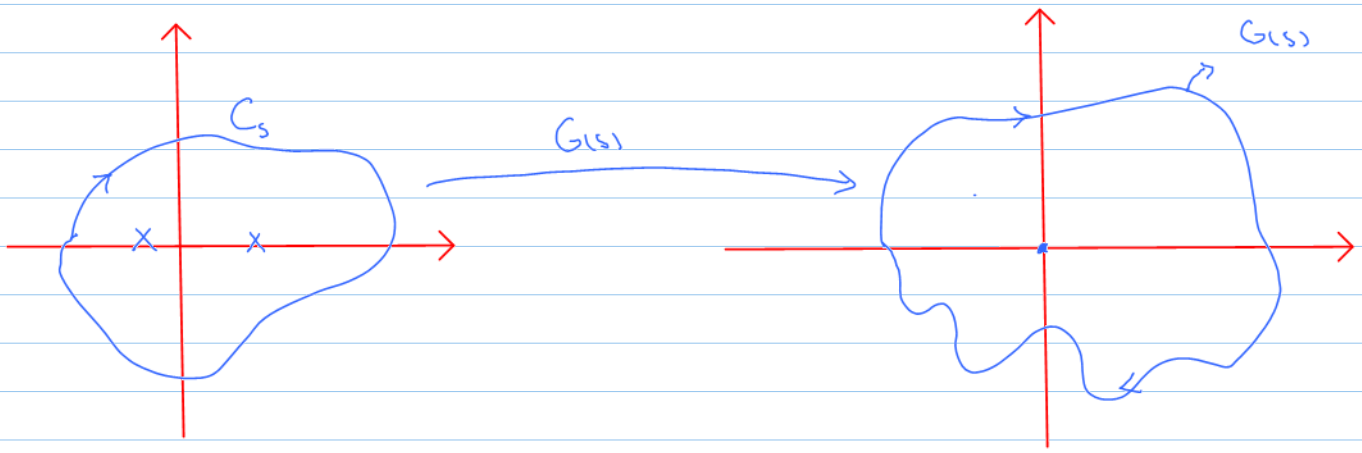


$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j \angle G(j\omega)}$

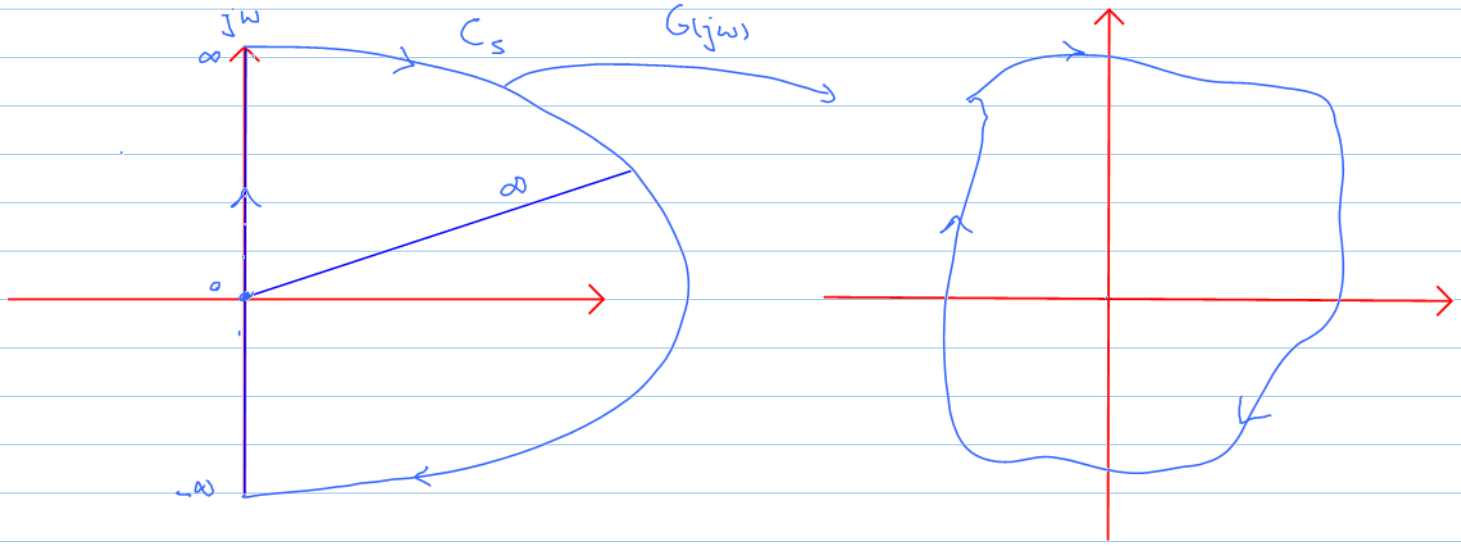
$G(s) \leftarrow G(j\omega)$ به ازای ω های مختلف

$G(j\omega) = \frac{?}{?}$ شکل $G(j\omega)$ را برای سه‌های مختلف داریم.

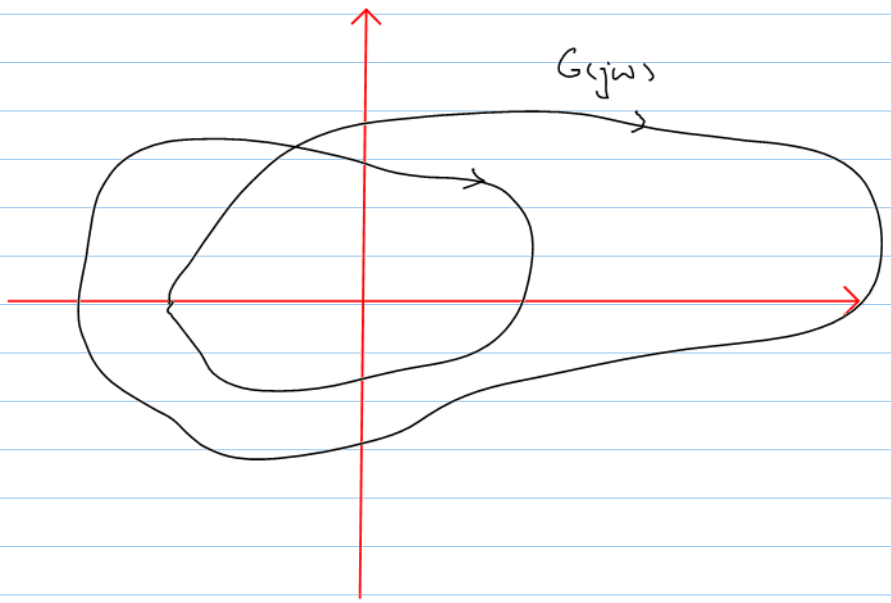
$G(s)$ ← چندتا قطب $G(s)$ در سمت راست صفحه s است؟



$N = 0 - 2 = -2$



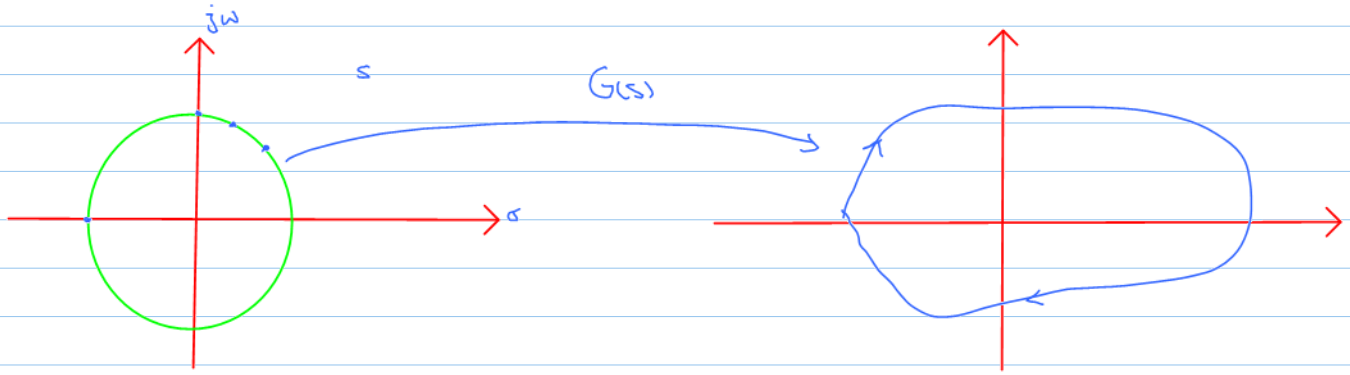
بدون بدست آوردن $G(s)$ ← چندتا قطب و صفر $G(s)$ داخل پنج صفحه راست پیداست



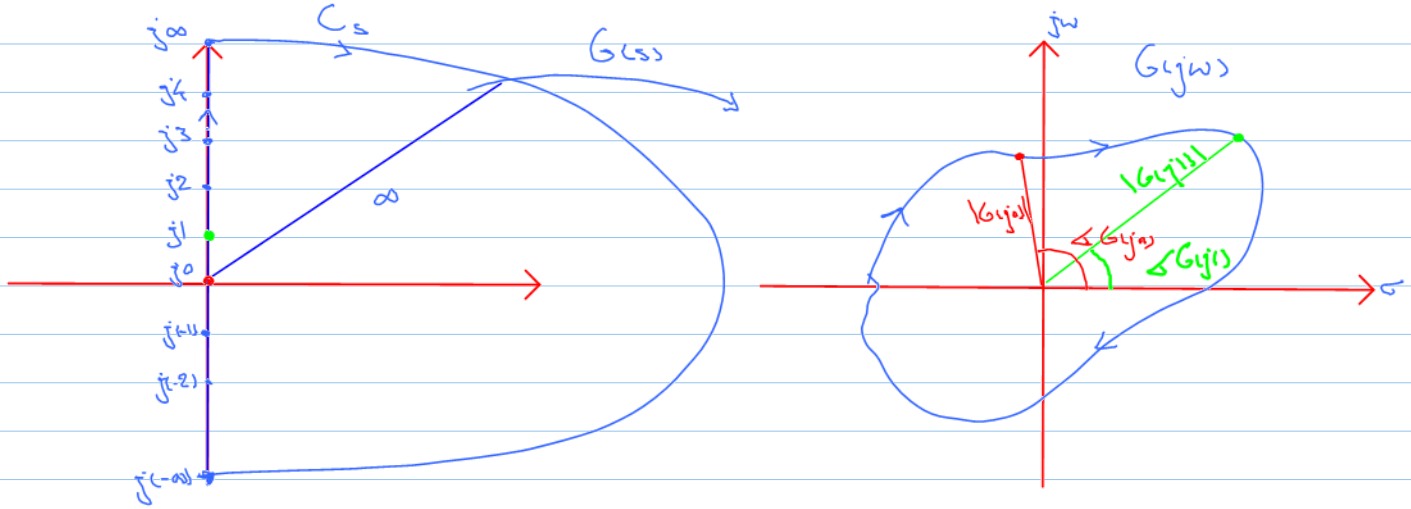
دلیل یادگیری نایکوئیست؟ مهارت کافی برای تحلیل نمودار نایکوئیست.

نحوه رسم نمودار نایکوئیست؟

نمودار $G(jw)$ را بازای تمام wها از $-\infty$ تا ∞ بدست آوریم.



نمودار $G(s)$ بازای تمامیکه روی دایره است.



$G(s)$ بازای $s=jw$ هایکه w از $-\infty$ تا ∞ است.

$s=j(-\infty) \longrightarrow j(\infty)$

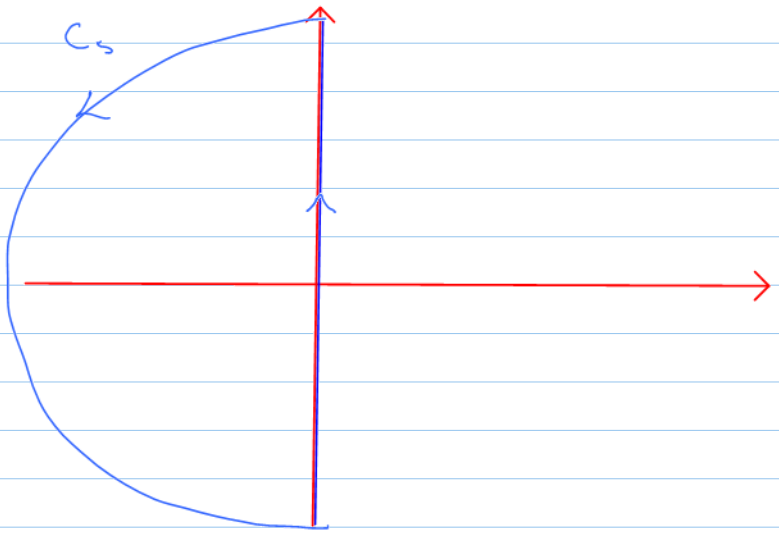
نگاشت خط $s=jw$ تحت $G(s)$ ← نمودار $G(jw)$ بازای $w:-\infty \to \infty$

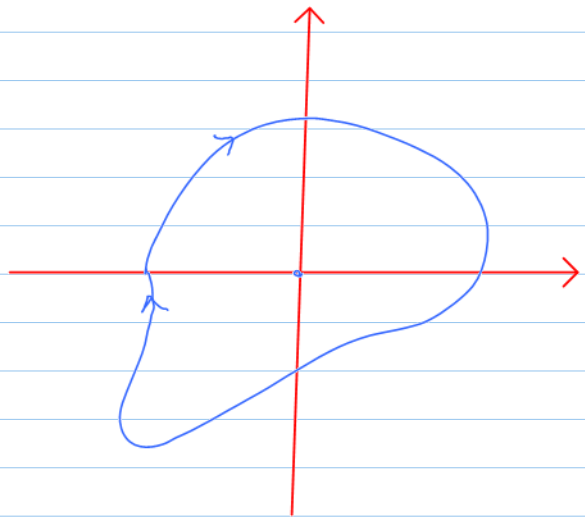
منحنی بسته‌ای را در صفحه s بدست آورید که شود $j(\omega) \to j(\omega)$ را پوشش دهد.

مسیر نایکوئیست: منحنی بسته‌ای که ما خواهیم تصویر آن را تحت $G(s)$ بدست آوریم.

منحنی نایکوئیست: " " که تصویر مسیر نایکوئیست تحت نگاشت $G(s)$ است.

* مسیر نایکوئیست را تواند هر شکلی باشد اما باید $(j(\omega) \to j(\omega))$ را پوشش دهد.





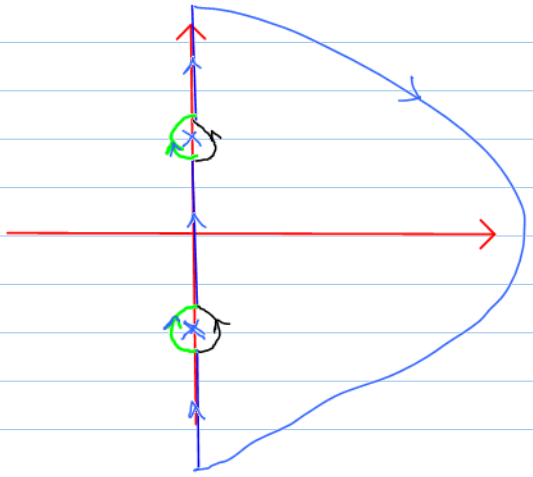
$N = 1$

$N = Z - P$

تعداد قطبهای سمت راست $G(s)$ ← $G(s)$ ← تعداد قطبهای سمت چپ $G(s)$ ← تعادل پایداری

4 قطب سمت راست دارد.
1 " " چپ دارد.

$$G(s) = \frac{s}{s^5 + 4s^2 + 3s + 10}$$

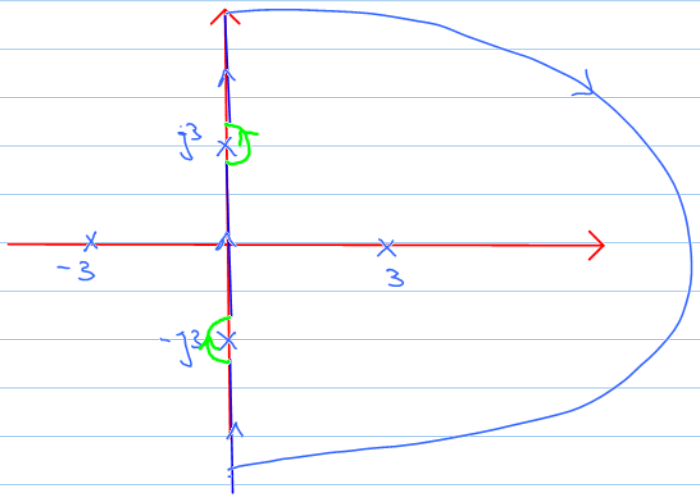


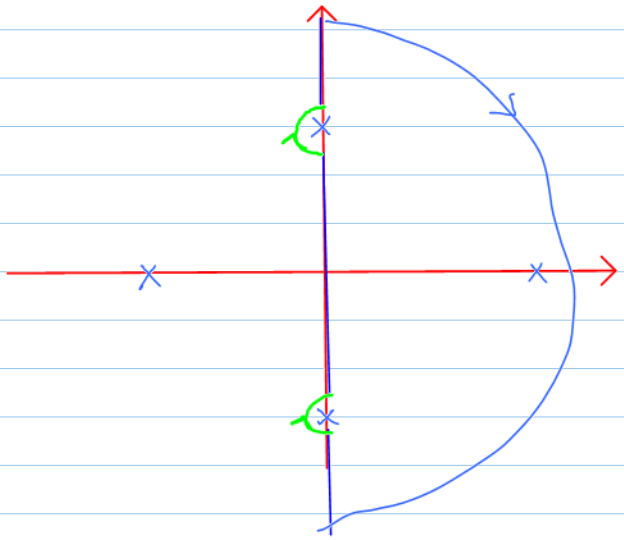
$$G(s) = \frac{s}{s^2+1}$$

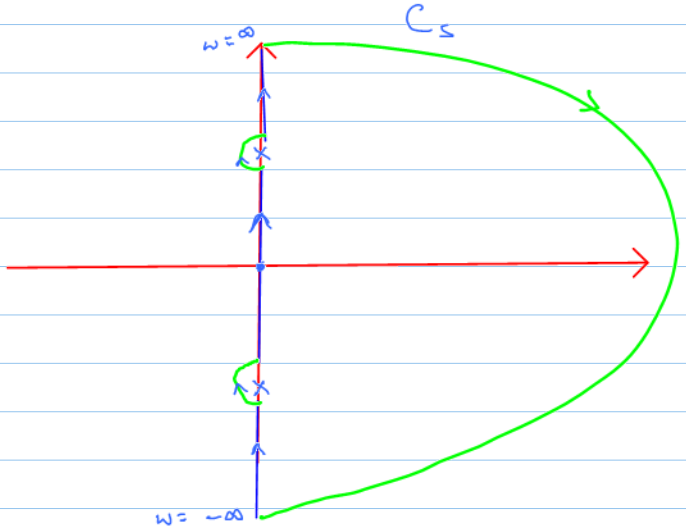
در انتخاب مسیر نایکوئیست اگر به قطبهای $G(s)$ بر خورد کنیم میتوانیم دایره به شعاع $\varepsilon = 0^+$ در سمت راست یا چپ رسم کنیم که از روی قطب عبور نکنیم.

همانطور که در بالا دیدید

$$G(s) = \frac{s+1}{(s^2+9)(s^2-9)}$$

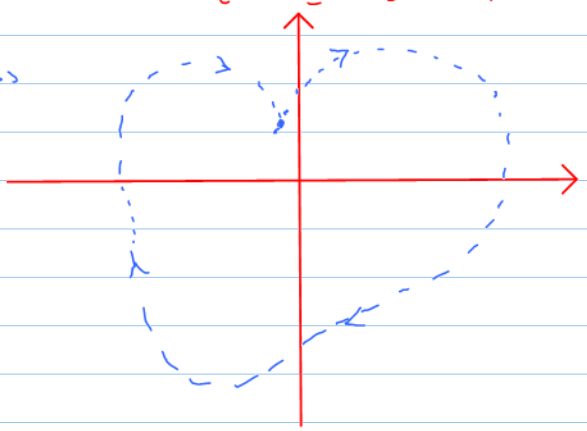






رسم نمودار نایکوئیست:

$G(s)$



$G(j\omega) \rightarrow$ $\omega : -\infty \rightarrow \infty$

$$G(j\omega) = \frac{j\omega + 2}{(-\omega^2 - 9)(-\omega^2 + 9)} = \frac{j\omega + 2}{\omega^4 - 81} = \frac{2}{\omega^4 - 81} + j\frac{\omega}{\omega^4 - 81}$$

$|G(j\omega)|$, $\angle G(j\omega)$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{4}{(\omega^4 - 81)^2} + \frac{\omega^2}{(\omega^4 - 81)^2}}$$

$$\angle G(j\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\omega}{\omega^4 - 81}}{\frac{2}{\omega^4 - 81}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

