جلسه سوم مکمل

عناوین سیته ← ① معادله دیفرانسیل

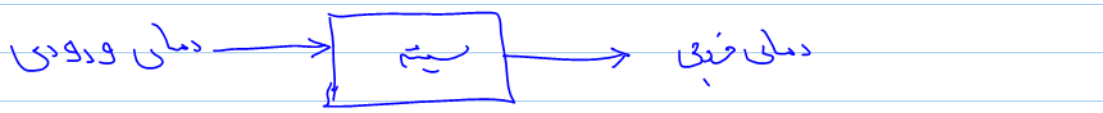
② تابع تبدیل

③ بلوک دیاگرام

④ SFG

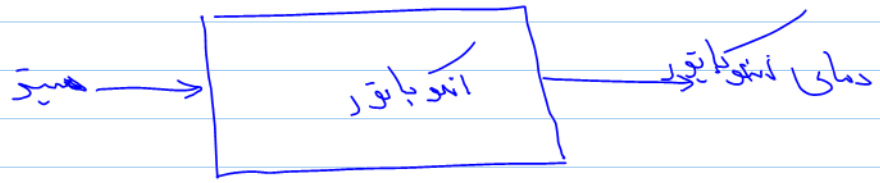
⑤ فضای حالت

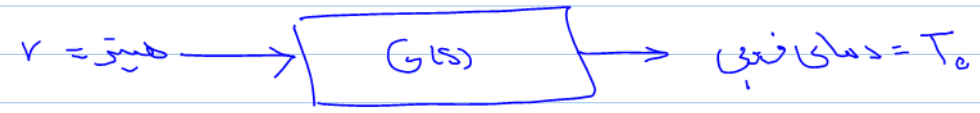
مثال: حدس: دمای خروجی یک اتاق را با کولر دوی ۱۴° تنظیم کنیم.



مثال عملی: اتوکلاو ← وسیله ای که تعدادی از نوزاد

دمای مطلوب برای نوزاد: 35.7° تا 37°

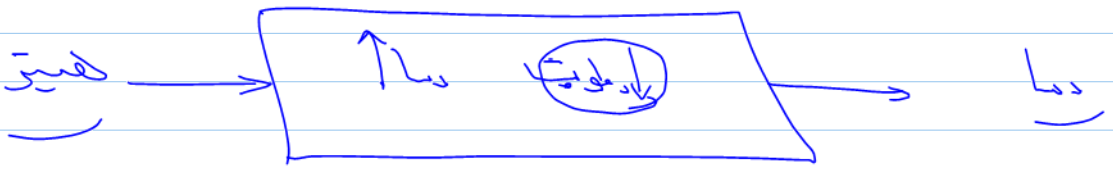




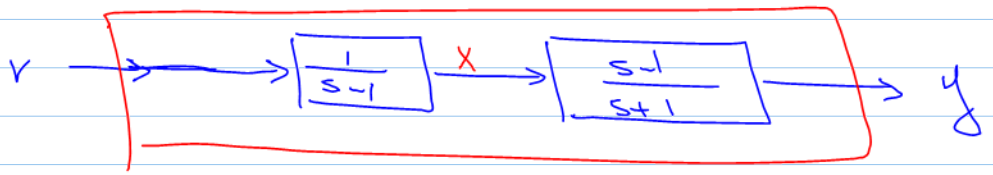
$$\frac{T_o}{V} = G_{(s)}$$

$V=10$ $T_o=?$ $T_o=35.9°$ ✓

مشکل ← با دوش سرد هیتر و لوله داخل اتوکلاو کاهش می یابد.



مثال:

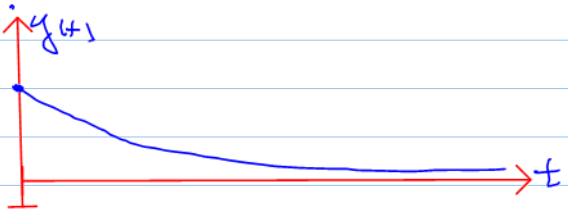


$\frac{Y(s)}{R(s)} = ?$ $\quad Y(s) = \frac{s-1}{s+1} X(s)$, $X(s) = R(s)\frac{1}{s-1}$

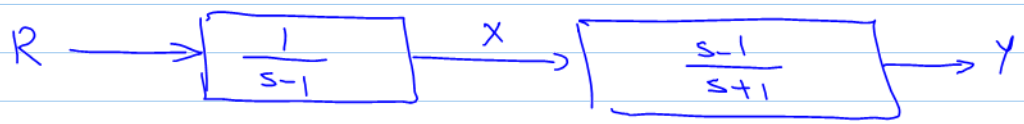
$Y(s) = \frac{s-1}{s+1} R(s) \frac{1}{s-1} \rightarrow \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s+1}$

$R(s) = 1$ ورودی پله $\rightarrow$ $y = ?$

$Y(s) = \frac{1}{s+1} \rightarrow y(t) = e^{-t} u(t)$

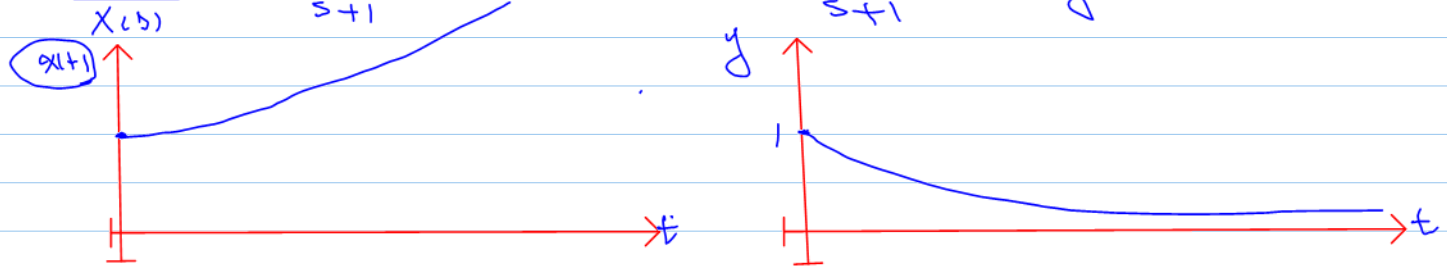


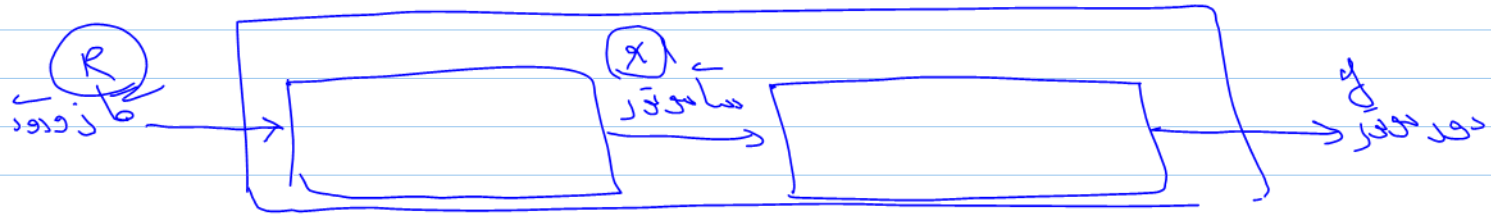
$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s+1}$ $\quad R(s)=1 \rightarrow$ $\boxed{y(t) = e^{-t} u(t)}$



$X(s) = \frac{1}{s-1} \times 1 \rightarrow x(t) = e^{t} u(t)$

$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s-1}{s+1} \rightarrow Y(s) = \frac{1}{s+1} \rightarrow y(t) = e^{-t} u(t)$



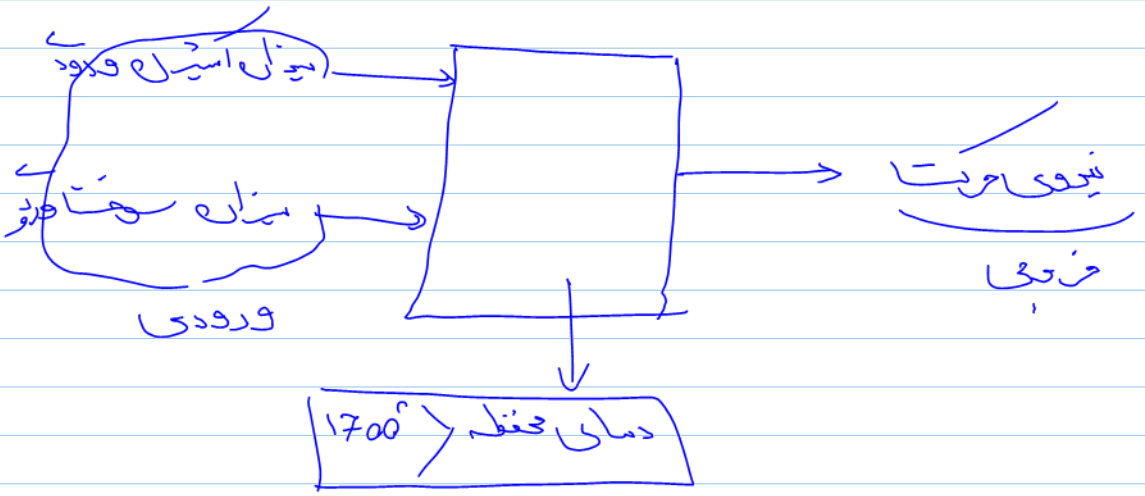


در اثر افزایش دما سوءَ از بین میرود.

غایتی که ستوهلی داخل سینه راحم غایتی دهد.

خروجی سیستم ← داخل سیستم ← R

حفظه امراق بوتو حبتا



خروجی = تابع تبدیل × ورودی

عالم اقامات داخل سیستم د معادله دیفرانسیل وجود دارد.

F_{out} u_1 u_2

$$\frac{dF_{out}}{dt} + \frac{d^3T}{dt^3} + 2\frac{dT}{dt} + F_{out} = u_1 + 3u_2$$

مانیتن معادله دیفرانسیل هم چیزرا نشان ی دهد.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} + kx = F_{in}$$

حل سخت

حوزه مرکانیتن ← از داخل سیستم با صفر ماندن.

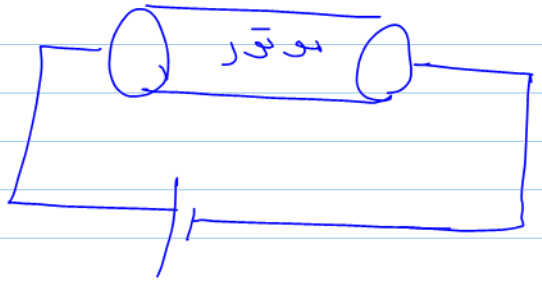
حل یک معادله درجه ۴ سخت‌تر است یا حل ۴ معادله درجه ۱؟!

$$\frac{d^3x}{dt^3} + 3\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x = u$$

غالبین متغای حالت

۳ معادله درجه ۱

مثال: موتور سرو:



ورتز ← دور موتور

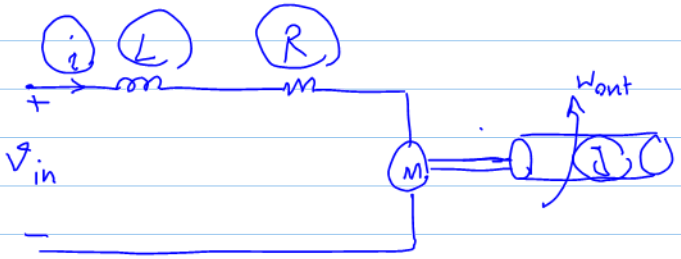
$12^V \rightarrow 3000$ rpm

$6^V \rightarrow 1200$ rpm

$$\frac{W_{out}}{V_{in}} = \frac{as+b}{cs^2+ds+e}$$

$V_{in} = 30V \rightarrow 4800$ rpm

~~$V_{in} = 100V \rightarrow 10000$ rpm~~





$V_{in} \rightarrow (i) \rightarrow T_e \rightarrow T_m \rightarrow W_{out}$

$i > 1A \rightarrow$ بحث برد الکترونیکی را خواهد داشت

$\frac{W_{out}}{V_{in}}$

$$\rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = u \qquad y(t) = ?$$

$\rightarrow$ 2 معادله درجه ۱

فضای حالت ←

در عایق داشته باشیم ← رطوبت کنیم

← متغیرهای تأثیرگذار

که در اثر ورودی

تغییر می‌کند

$\frac{d}{dt}$

ایده اولیه ← هر متغیری که مشتق آن در معادله دینامیکی وجود دارد

باید در عایق، وجود داشته باشد.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y(t+1) = u$$

متغیرهایی که فرد می‌تواند آن‌ها را حالت‌ای نامند. ← متغیرهای حالت

دما ← انکوباتور ← دمای فرد

رطوبت ↑ دما ↑

رطوبت ↑ دما ↓

فاصله

سرعت

A

B

حرکت ← فاصله

سرعت

متغیرهای حالت ← متغیرهای مستقل که در اثر اعمال ورودی تغییر می‌کنند و

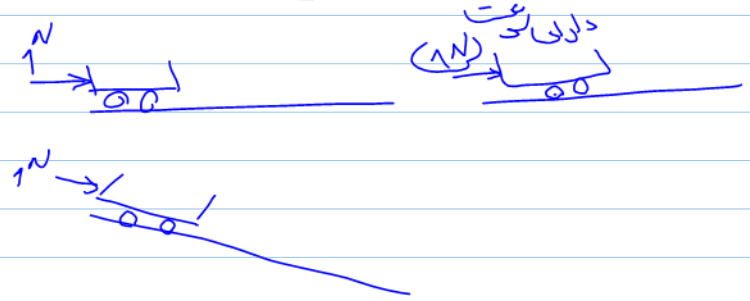
تغییر آن‌ها باعث تغییر فرد می‌شود.

تابعی از متغیرهای حالت ← $y(t+1)$

متغیرهای حالت ← خروجی

خروجی ← تغییر متغیرهای حالت ← ورودی

X: متغیرهای حالت u: ورودی y: خروجی



$$\begin{cases} \dfrac{dX}{dt} = f(u, X) \\ y = f(u, X) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dX}{dt} = AX + Bu \\ y(t) = CX(t) + Du(t) \end{cases}$$

فضای حالت

X: بردار متغیرهای حالت

$$\begin{cases} \begin{cases} \dot{x}_1(t) = 2x_1(t) + x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = 3x_2(t) + u(t) \end{cases} \\ y(t) = x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} 2x_1 + x_2 \\ 3x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 + x_2 + u \\ 3x_2 + u \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 = 3x_2 + u \end{cases}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad u \qquad y = x_1 + x_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u$$

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ y = CX + Du \end{cases}$$

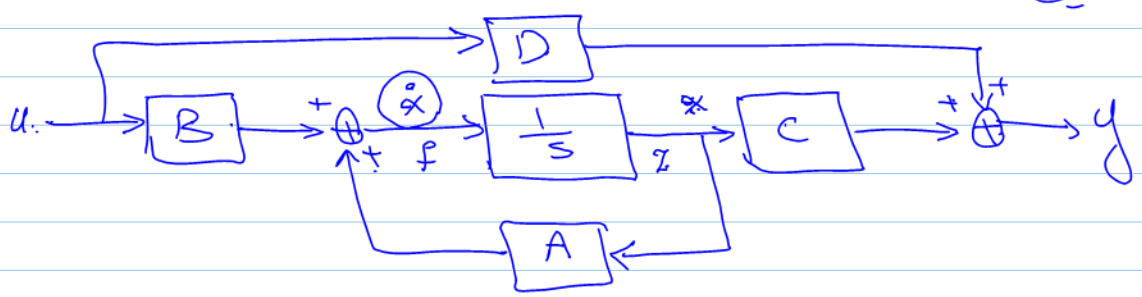
فضای حالت

X: بردار متغیرهای حالت

u: بردار ورودی ها

y: خروجی

A: ماتریس حالت



$$z(s) = \frac{1}{s} f(s) \qquad \dot{x} = Ax + Bu \checkmark$$

$$z(t) = \int f(t)\,dt \qquad y = Cx + Du \checkmark$$

A: تأثیر مقدار متغیرهای حالت روی تغییرات متغیرهای حالت

B: ~ ~ ورودی ~ ~ ~

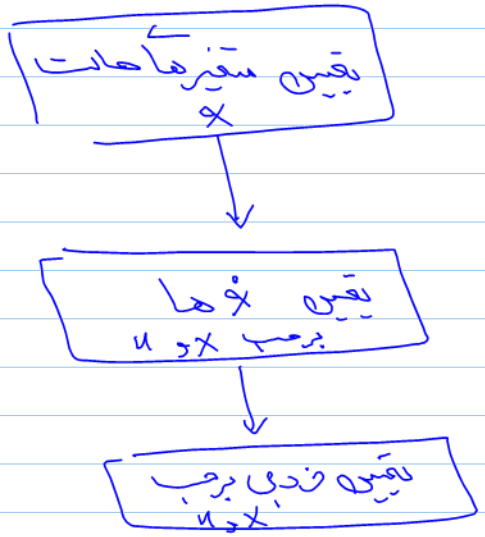
↓

ماتریس ورودی

C: ماتریس خروجی ← اثر x روی خروجی

D: ماتریس ورودی-خروجی ← ~ u ~

بدست آوردن نمایش فضای حالت:



معنای حالت از دیدگاه معادله دیفرانسیل

① انتخاب متغیرهای حالت

* عالم متغیرهایی که مشتق آنها در معادله دیفرانسیل وجود دارد.

اگر متغیر f دارای مشتق مرتبه m ام در معادله است، مشتق مرتبه ۰ تا m-1 ام آن به عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته می شود.

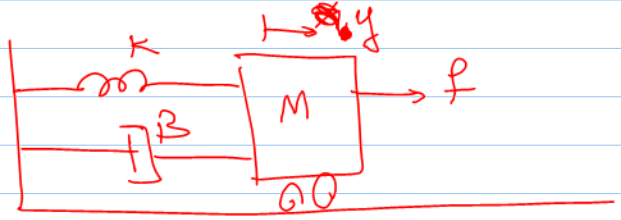
* استثناء: ورودی هرگز به عنوان متغیرهای حالت انتخاب نمی شود.

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + 2 f(t) = u(t)$$

$$x_1 = f(t) \qquad x_2 = \frac{df}{dt}$$

$$\frac{d^3 z(t)}{dt^3} + 2\frac{dz}{dt} + z(t) + \frac{d^2 f}{dt} + \frac{df}{dt} = u$$

$$\begin{cases} x_1 = z(t) \\ x_2 = \frac{dz(t)}{dt} \\ x_3 = \frac{d^2 z}{dt^2} \\ x_4 = f(t) \\ x_5 = \frac{df}{dt} \end{cases}$$



$$M\frac{d^2y}{dt^2} + B\frac{dy}{dt} + ky(t) = f(t)$$

$2 \rightarrow$ ② ①

$$x_1 = y(t) \qquad x_2 = \frac{dy}{dt}$$

معادلات دیفرانسیل

$$\begin{cases} M_1\frac{d^2y_1}{dt^2} + B\frac{dy_1}{dt} - B\frac{dy_2}{dt} + ky_1 - ky_2 = f \\ M_2\frac{d^2y_2}{dt^2} + B\frac{dy_2}{dt} - B\frac{dy_2}{dt} + ky_1 - ky_2 = 0 \end{cases}$$

$$y_1 \rightarrow \begin{cases} y_1(t) = x_1 & 0 \\ \frac{dy_1}{dt} = x_2 & 1 \end{cases}$$

$$y_2 \rightarrow \begin{cases} y_2(t) = x_3 \\ \frac{dy_2}{dt} = x_4 \end{cases}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+1}{s^4+1} \longrightarrow \text{معادله دیفرانسیل}$$

$$s^4Y(s) + Y(s) = sU(s) + U(s)$$

$$\frac{d^4y}{dt^4} + y(t) = \frac{du}{dt} + u(t)$$

$$y \rightarrow \begin{cases} y(t) = x_1 \\ \frac{dy(t)}{dt} = x_2 \\ \frac{d^2y}{dt^2} = x_3 \\ \frac{d^3y}{dt^3} = x_4 \end{cases}$$

فضای حالت؟