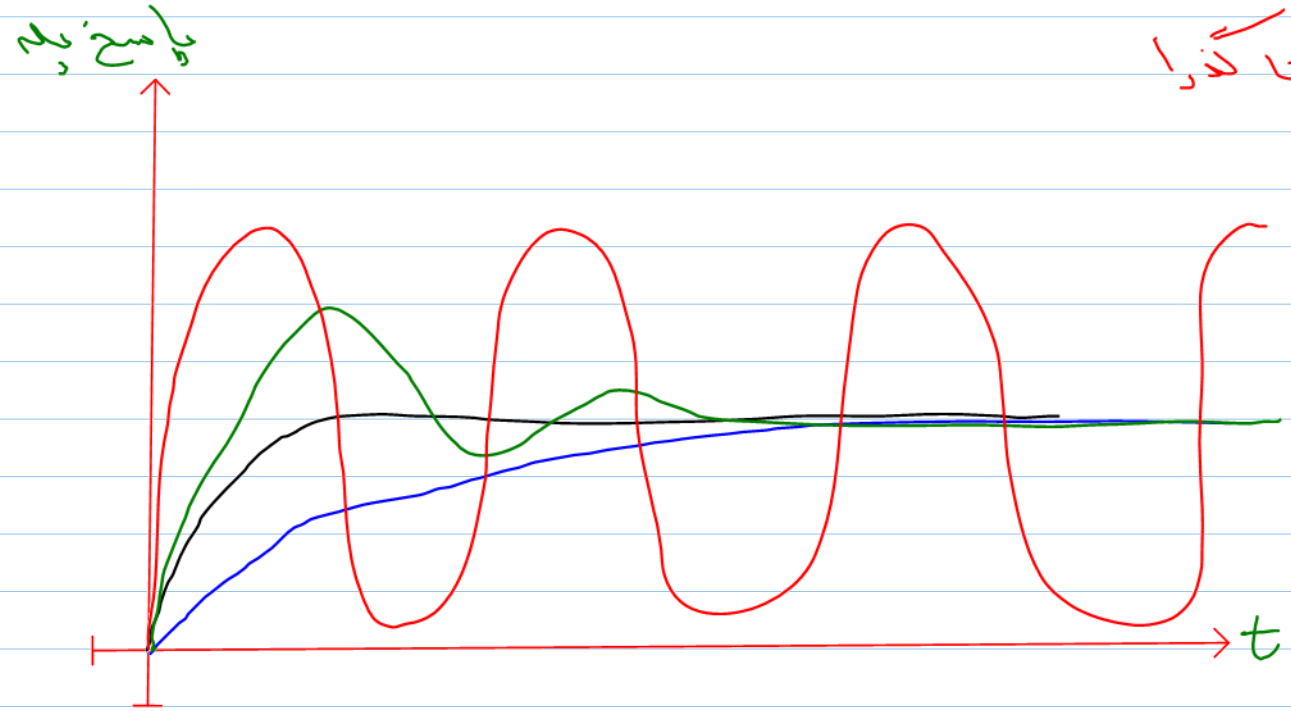
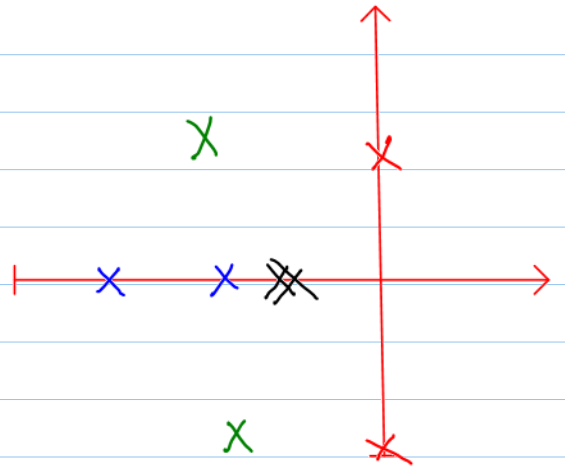
جلسه 28 کنترل خطی

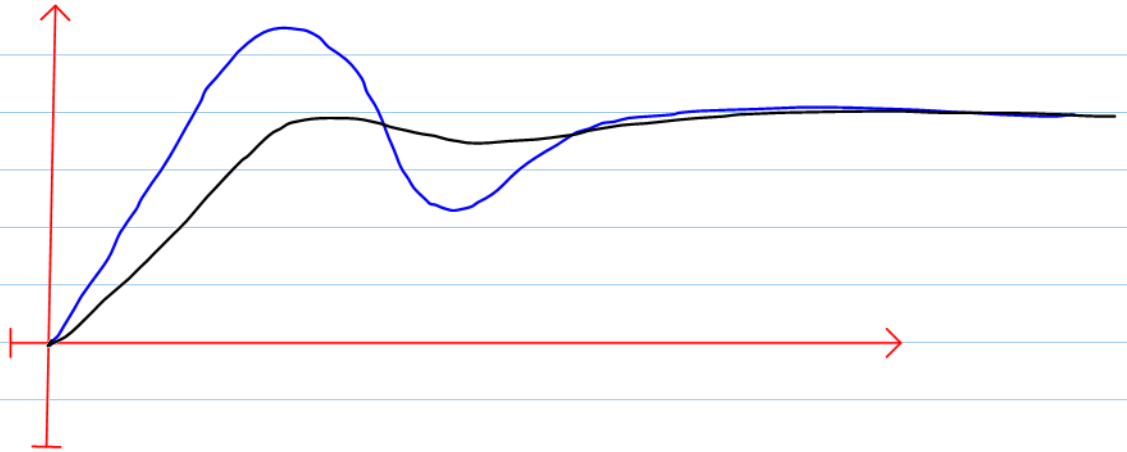
بررسی اثر صفرها روی پاسخ حالت گذرا

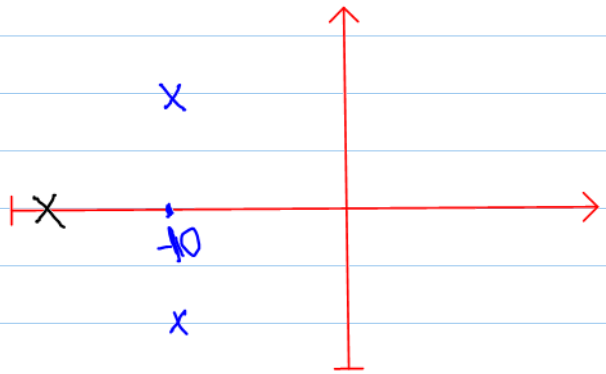
* بررسی تأثیر قطبها روی حالت گذرا

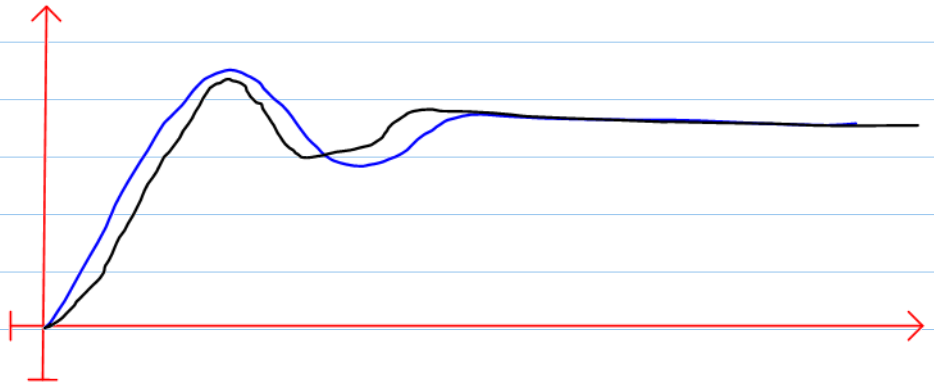


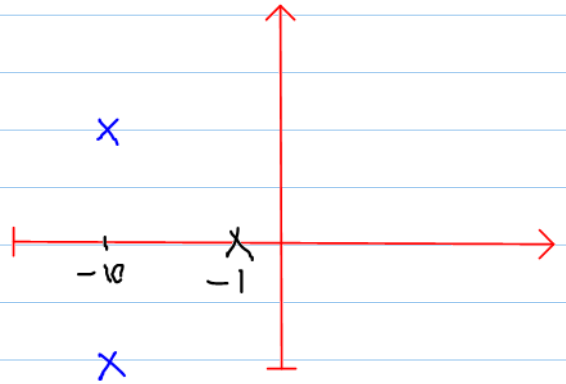


* قطب حقیقی منفی پاسخ را آرام می‌کند. (95٪ کمتر)

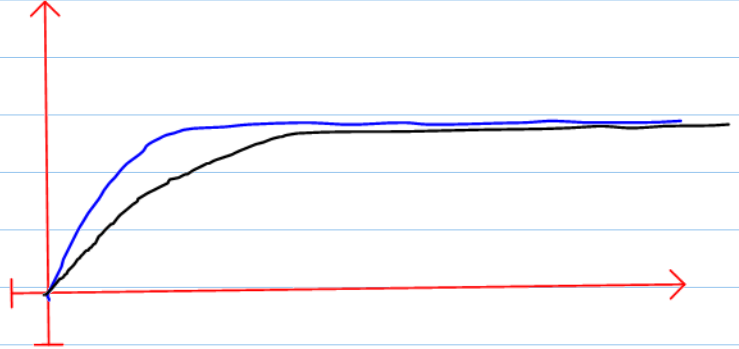


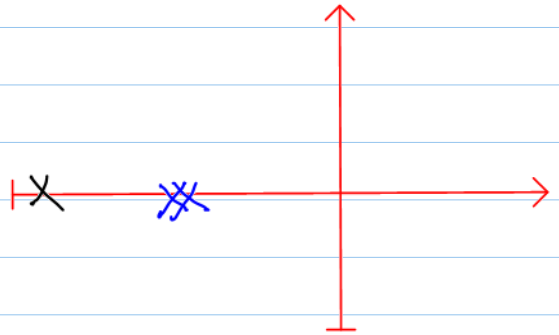






هر چقدر قطب حقیقی منفی به محور تابع نزدیکتر باشد اثر آن را کم کردن دقیق تر می‌کند.



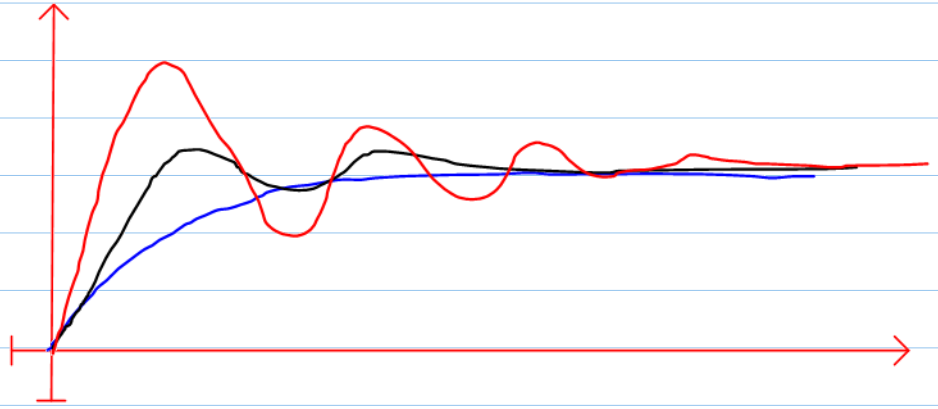


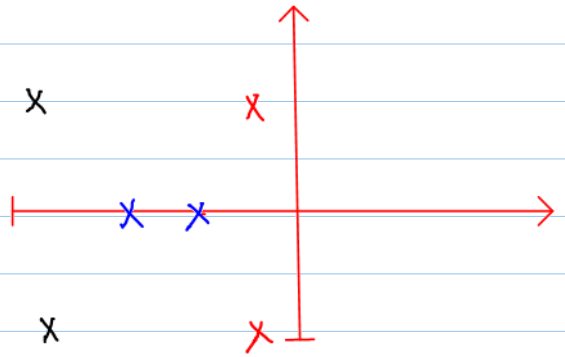
نکته

* اضافه کردن قطب حقیقی منفی پاسخ را آرام می‌کند.

هر چه قطب از محور $j\omega$ دورتر باشد تأثیر آن بیشتر خواهد بود.

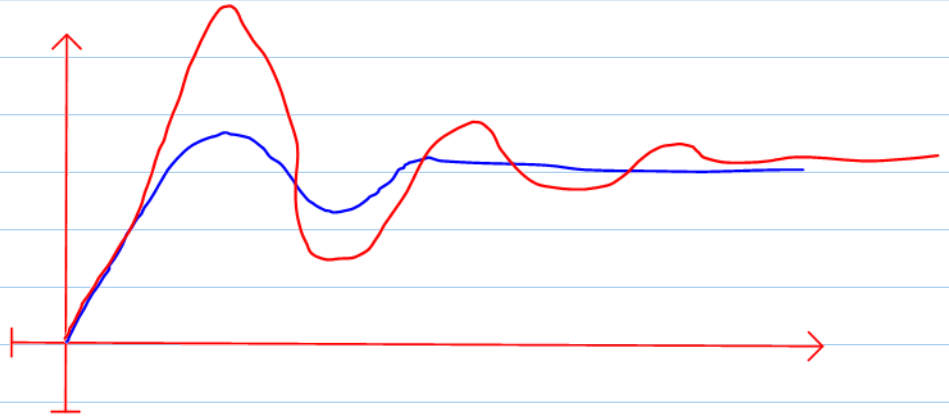
قطب مختلط سیستم را وحشی‌تر می‌کند.

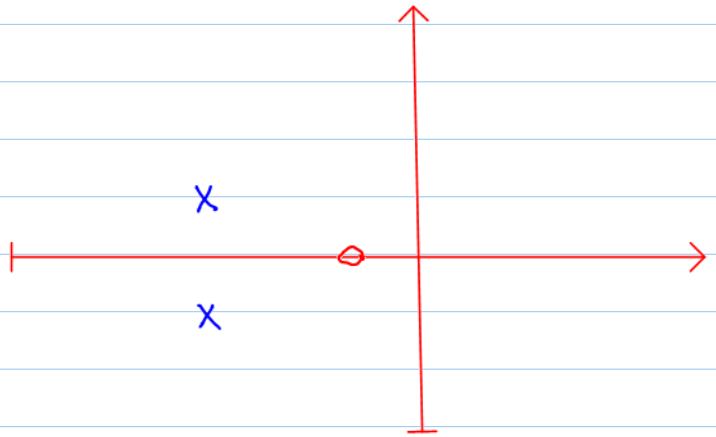




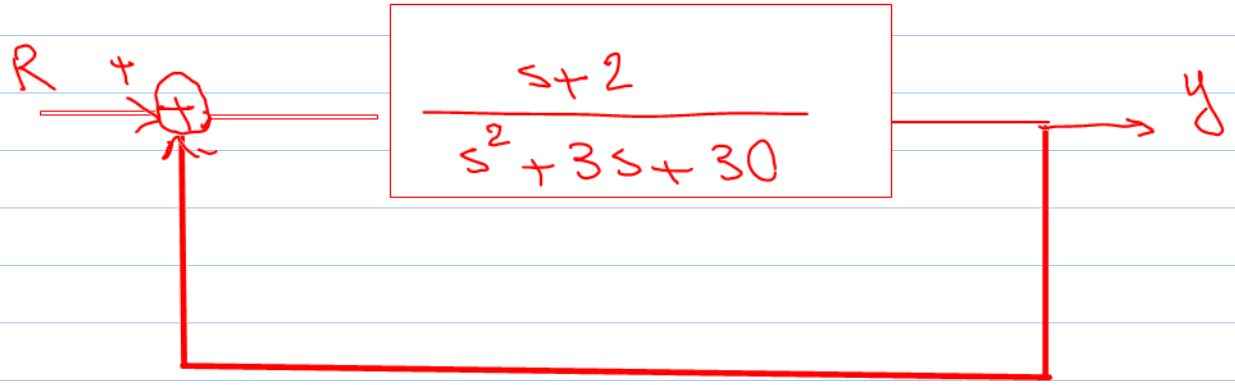
تأثیر صفر ؟

اضافه شدن صفر سمت چپ پاسخ را وحشی می‌کند. ($\%OS$ زیاد و t_s افزایش)





هر چقدر صفر سمت چپ به محور $j\omega$ نزدیکتر باشد اثر آن بیشتر است.



پاسخ پله واحد را رسم کنید.

برای تبدیل پاسخ

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s+2}{s^2+4s+32} = \frac{k}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

ابتدا صفرها را در نظر نمی‌گیریم.

$$G(s) = \frac{1}{s^2+4s+32}$$

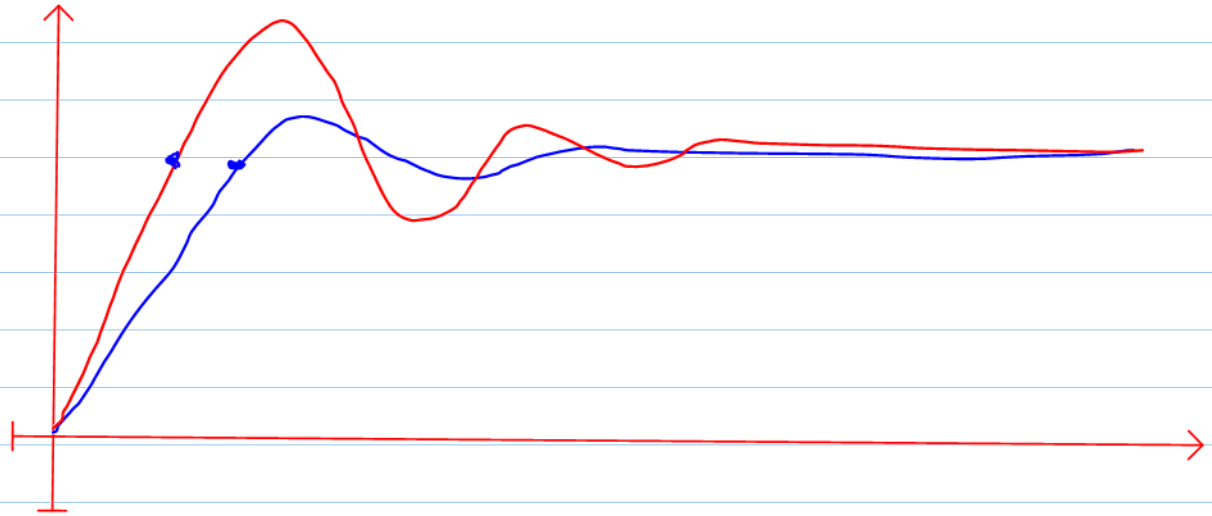
پاسخ بدون صفر با پاسخ بدون صفر تقریباً یکی است.

در نهایت اثر صفر را اضافه می‌کنیم.

$$\omega_n^2 = 32 \rightarrow \omega_n = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$2\xi\omega_n = 4 \rightarrow \xi = \frac{1}{2\sqrt{2}} < 1$$

زیرمیرا



پاسخ بدون صفر

پاسخ با صفر

قواعد اثر هزینه

① اضافه هر سنگ باعث وحشی پاسخ می‌شود t_1 به مقدار زیاد

t_2 هم زیاد

$t_1 < t_2$

② اضافه دو یا چند سنگ تأثیر بسیار بیشتری دارد.

③ اگر سیتی بدون سنگ در حالت زیر میز باشد، اضافه شدن سنگ باعث افزایش بسیار زیاد t_1 می‌شود.

④ اگر سیتی خوب میز باشد اضافه شدن هر سنگ، باعث حتی شدن تأثیر یک قطبی می‌شود. اگر سنگ اضافه شده به حد کافی به هر یک نزدیک باشد باعث بروز t_1 کم در پاسخ می‌شود ولی اگر سنگ از هر یک دور باشد سیتی را تبدیل به میزی بحرانی می‌کند.

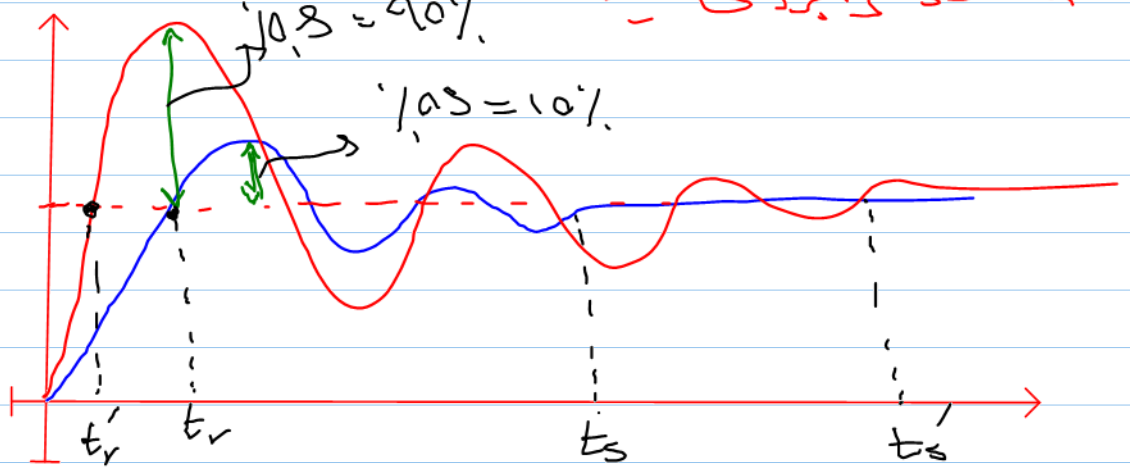
⑤ اگر سیتی میزی برای باشد اضافه شدن سنگ موجب بروز t_1 سوگلی می‌شود.

مثال ۱.

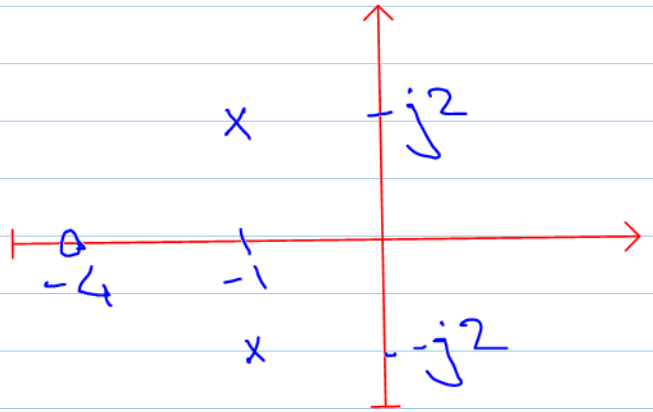
$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 5} \quad ، \quad G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

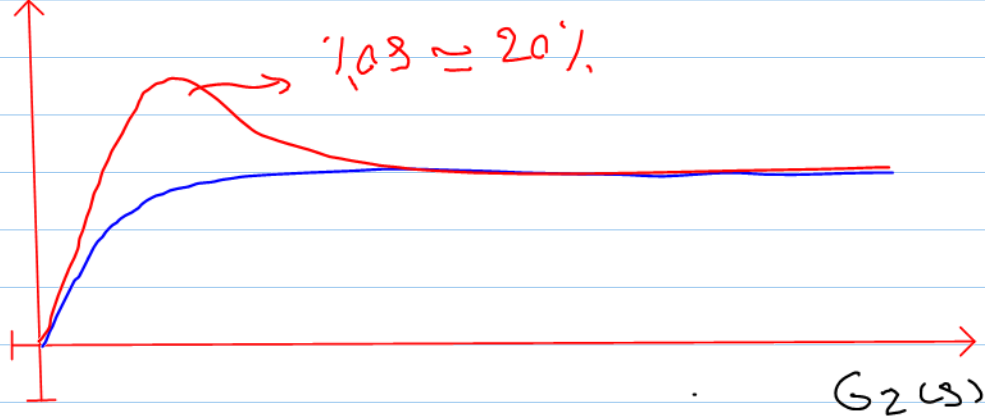
$$G_3(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6}$$

تأثیر اضافه شدن یک صفر در $s = -4$ را بررسی کنید.

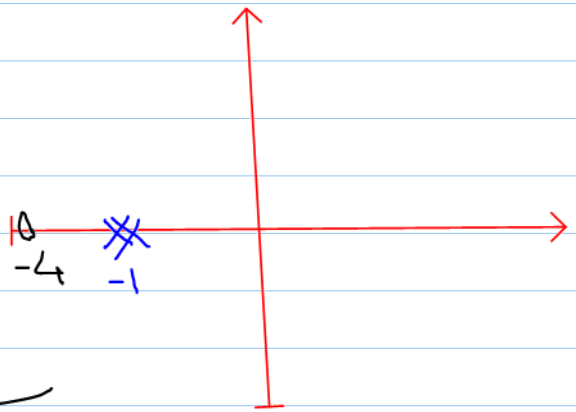


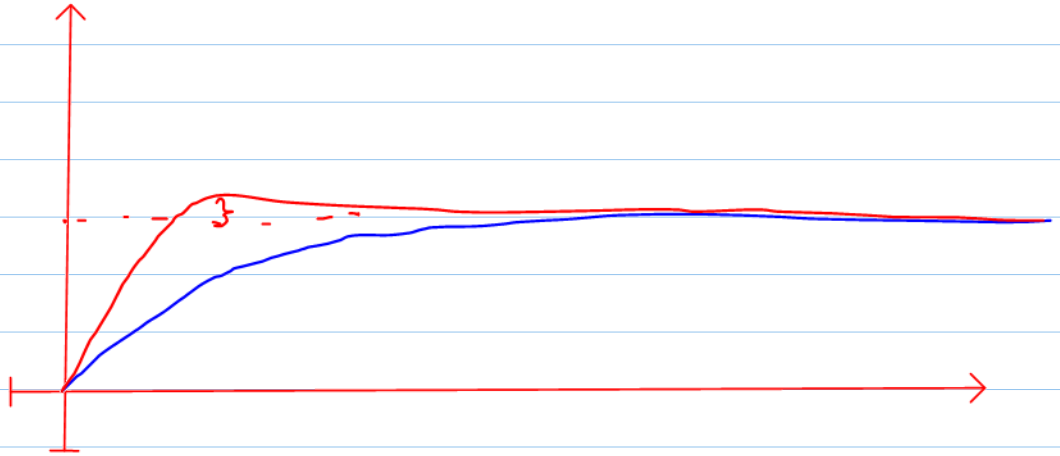
$G_1(s)$



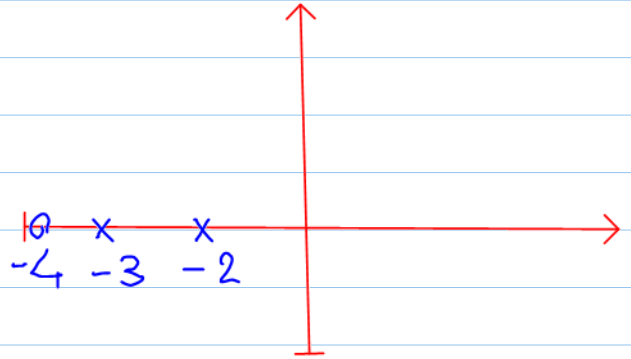


$G_2(s)$





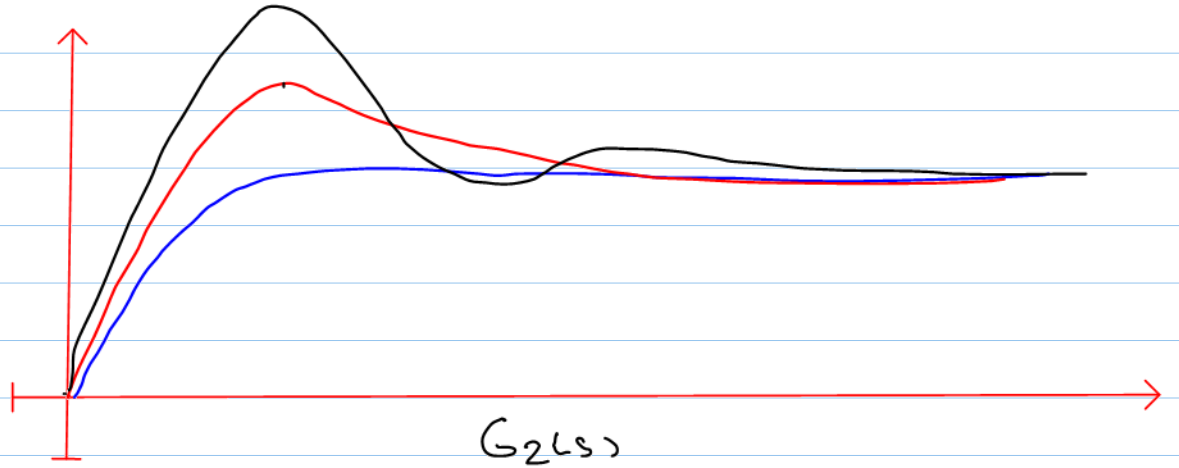
$G_3(s)$



بررسی تأثیر اضافه شدن دو قطب در $s = -2 \pm j$

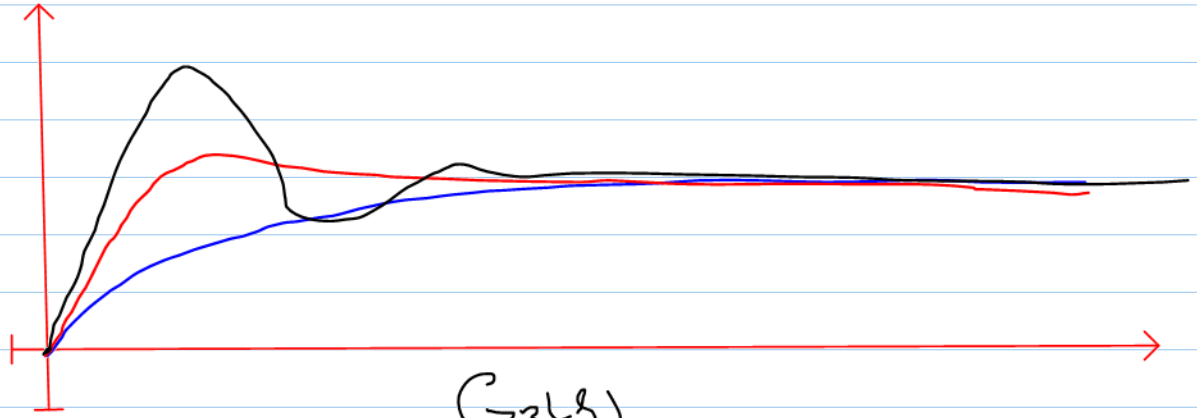


تأثیر دو تا صفر خیلی شدیدتر است.



اثر کمتر صفر

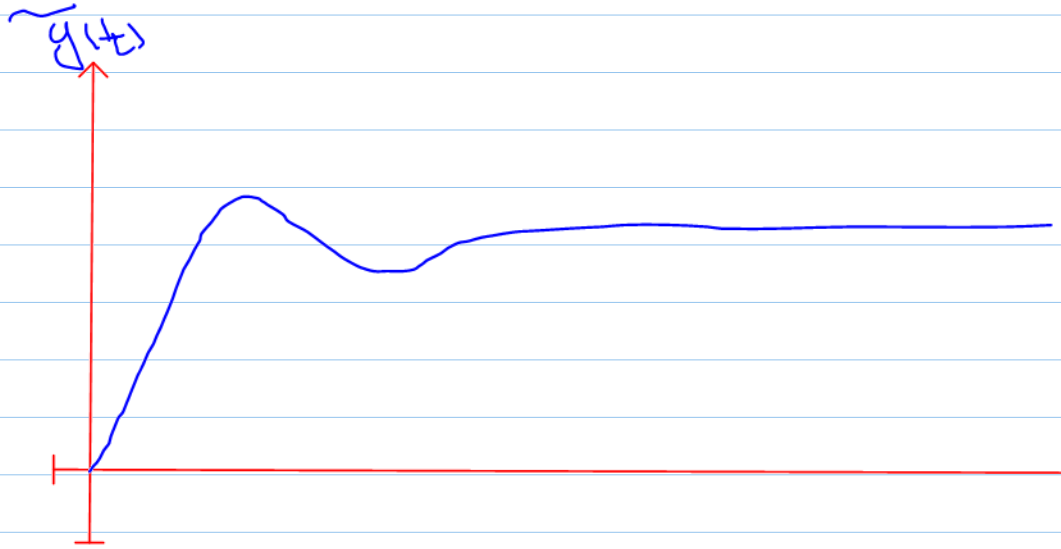
اثر دو تا صفر



برای بررسی تاثیر اضافه شدن مثلا" 2 قطب ابتدا یک صفر اضافه می کنیم.
روی پاسخ بدست آمده، یک صفر دیگر اضافه می کنیم.

پاسخ: $G(s) = \frac{s+2}{(s+10)(s^2+2s+3)}$ را رسم کنید.

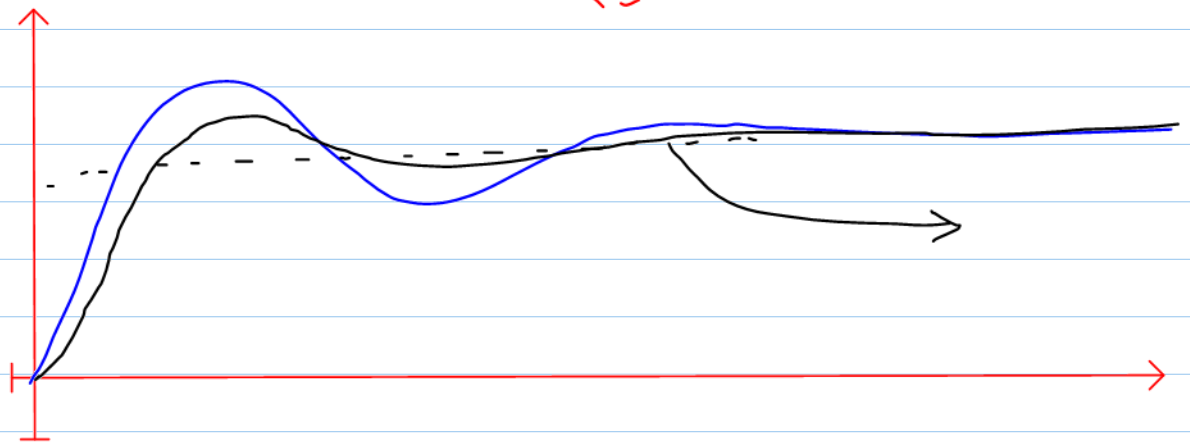
$$\bar{G}(s) = \frac{1}{(s+10)(s^2+2s+3)}$$



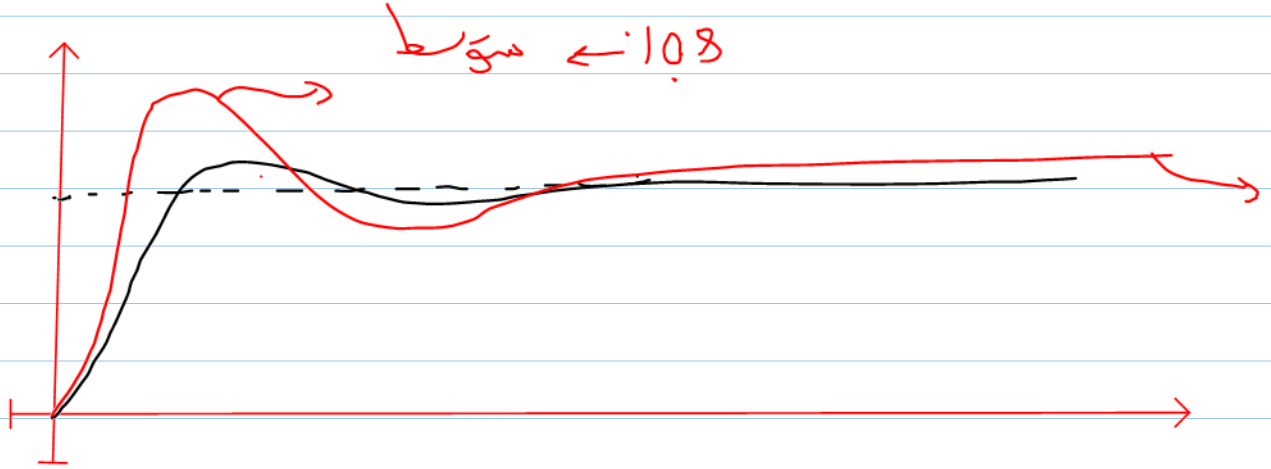
$$\tilde{G}(s) = \frac{1}{s^2+2s+3}$$

پاسخ $\tilde{G}(s)$

* به پاسخ $\overline{G(s)}$ ، یک قطب در $s=-10$ اضافه می کنیم.

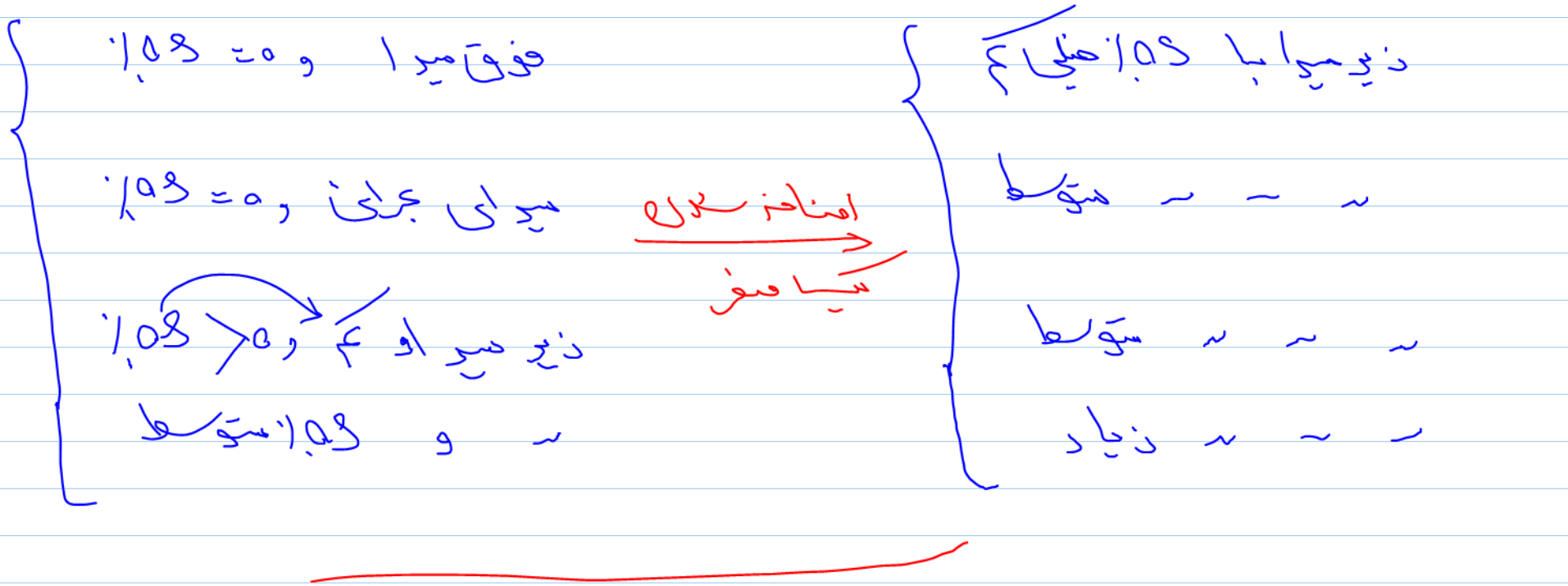


پاسخ $\overline{G(s)}$



10 تا 8 متوسط

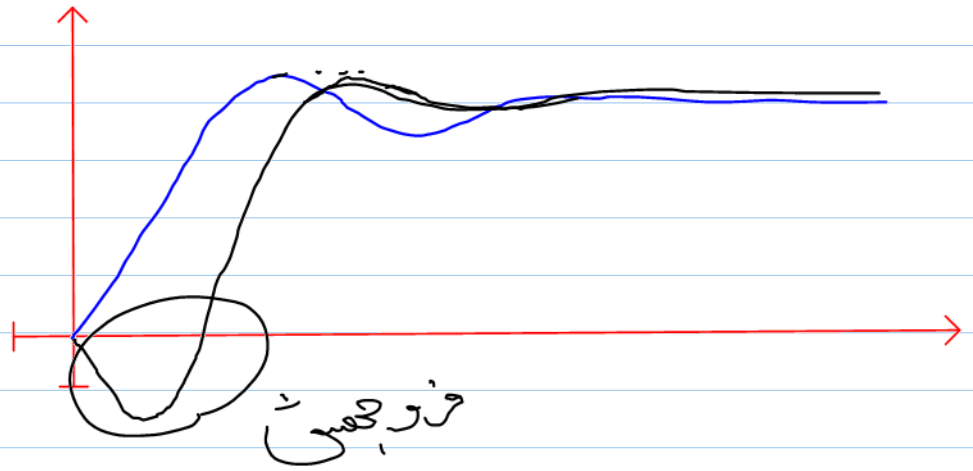
پاسخ $G(s)$



سیستم راست؟

اگر سیستم راست به سیستم امنا منتقل شود، تنها باعث نوسان بیش‌تر خروجی می‌شود. ولی زمان نشست را زیاد نمی‌کند.

$$G(s) = \frac{1-s}{s^2+2s+3}$$



نکته:

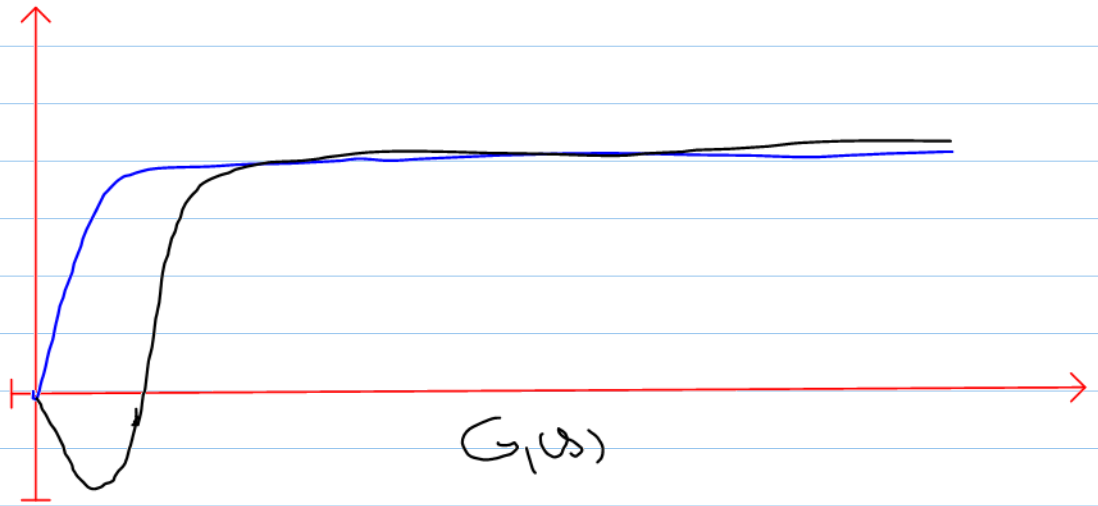
① اگر به تقاد فرد معرفت راست به سیتم اضافه شود باعث فروجهش اولیه داشته و هرچه تقاد معرفت راست بیشتر باشد فروجهش بیشتر است.

② اگر تقاد معرفت راست زوج باشد معرفت چپ عمل می‌کند و فروجهش ایجاد می‌کند.

$$G_1(s) = \frac{s-2}{s^2+2s+1}$$

$$G_2(s) = \frac{(s-2)(s-1)}{s^2+2s+1}$$

$$G_3(s) = \frac{(s-2)(s-1)(s-3)}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$







نکته: در سوالاتی که از روی پاسخ باید تابع تبدیل را استخراج کنیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

① اگر در پاسخ یک قله (فقط یک قله) با 5% میرایی داشتیم ← پاسخ میرای یک مرتبه‌ای

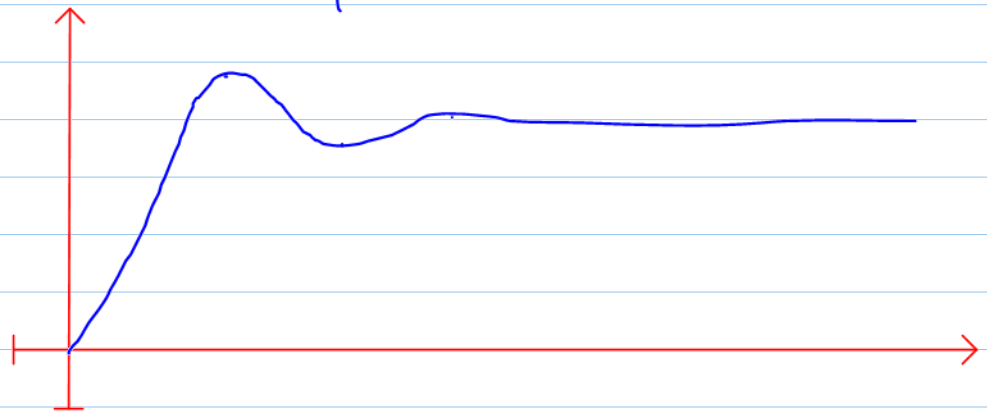
② " " " " " " " " فوق میرا " "

③ اگر در پاسخ 5% خیلی زیاد دیدیم که مقدار ع همواری ندارد ← زیرمیرا یا مرتبه

④ " " $100\% > 5\%$ ← زیرمیرا مرتبه



$$\%OS = \frac{1.1-1}{1} \times 100 = 10\%$$



1) $G(s) = \dfrac{s+1}{s^2+2s+3}$ ذیبیو $\rightarrow \xi = \dfrac{1}{\sqrt{3}} < 1$

2) $G(s) = \dfrac{s+1}{s^2+5s+6}$

3) $G(s) = \dfrac{s+1}{s^2+4s+4}$ میرای بحرانی $\rightarrow \xi = 1$

4) $G(s) = \dfrac{s-1}{s^2+4s+4}$

سکانس ۷۸ . پاسخ سیستمی با تابع تبدیل $G_1(s)=\frac{1}{s^2+1,2s+1}$ به ورودی پله واحد دارای فراجهش ۱۵٪ و زمان نشست تقریبی ۶ ثانیه با معیار ۲٪ است.

در این صورت پاسخ سیستم $G_2(s)=\frac{2s+1}{s^2+1,2s+1}$ ؟

۱) $\%OS<\%10$ و $t_s<6$ ۲) $\%OS>\%10$ و $t_s>6$

۳) $\%OS>\%10$ و $t_s=6$ ۴) $\%OS<\%10$ و $t_s<6$

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 1.2s + 1}$$

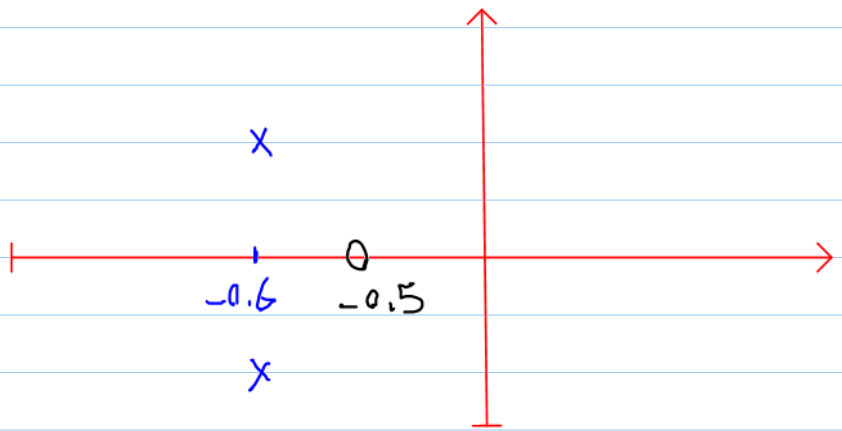
$\%OS = 10\%$ ، $t_s = 6s$

$$G_2(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + 1.2s + 1}$$

$\%OS > 10\%$ ، $t_s > 6s$

صفر باعث زیاد شدن $\%OS$ و t_s می‌شود.

هر چقدر صفر به محور تزدیکتر تأثیر بیشتری

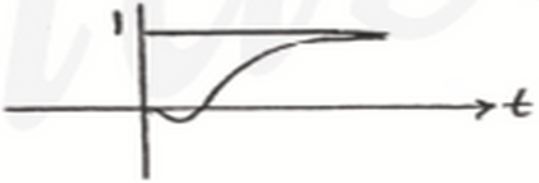


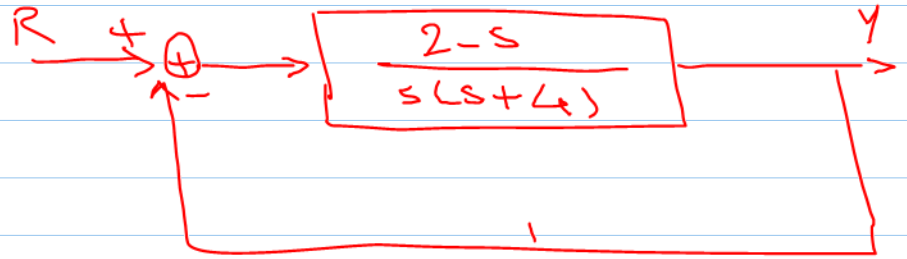
پاسخ سیستمی با $G(s) = \frac{۲ - s}{s(۲+ s)}$ و $H(s) = ۱$ به ورودی پله واحد کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


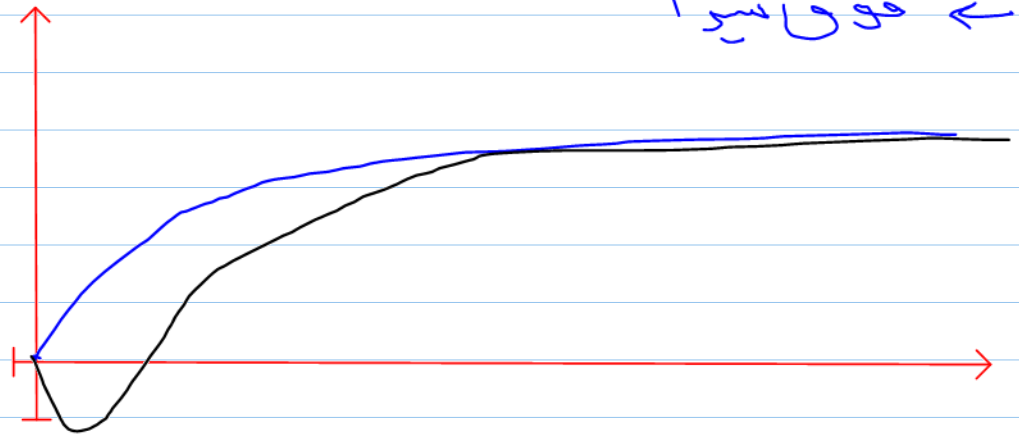


$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2-s}{s(s+4)+2-s}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2-s}{s^2+3s+2}$$

$$T(s) = \frac{1}{s^2+3s+2} = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$ اول، پاسخ بدون صفر.

$T(s)$ دو قطب حقیقی منفی غیر تکراری ← فوق سیر ا



پاسخ بدون صفر

ـ با صفر

۸۹ مدرج

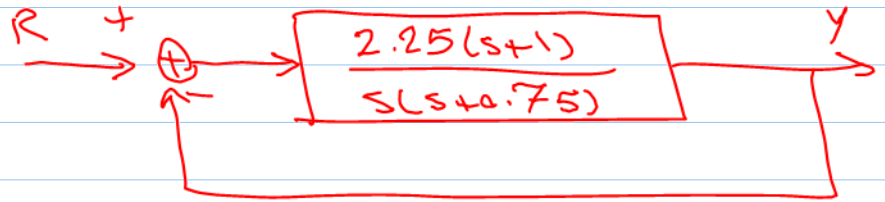
۸۹- در یک سیستم کنترل با فیدبک واحد منفی، $G(s) = \frac{۲/۲۵(s+۱)}{s(s+۰/۷۵)}$ است. کدام گزینه در مورد این سیستم درست است؟

۱) بعلت صفر $s = -۱$ در $G(s)$ درصد فروجهش آن کم ولی غیر صفر است.

۲) بعلت صفر $s = -۱$ در $G(s)$ فراجهش درصد قابل توجهی دارد.

۳) درصد فراجهش صفر است

۴) درصد فراجهش ناچیز ولی غیر صفر است



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2.25(s+1)}{s^2+3s+2.25}$$

$$T(s) = \frac{1}{s^2+3s+2.25}$$

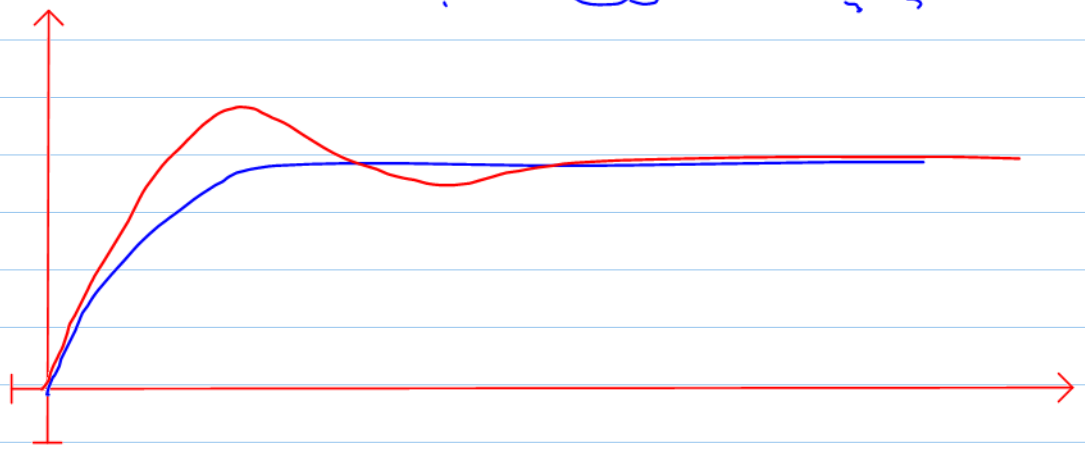
$2\xi\omega_n$, ω_n^2

پاسخ پله‌ی واحد ←

$\omega_n = 1.5$ ، $2\xi \times 1.5 = 3$ ⟶ $\xi = 1$ ⟶ میرای بحرانی

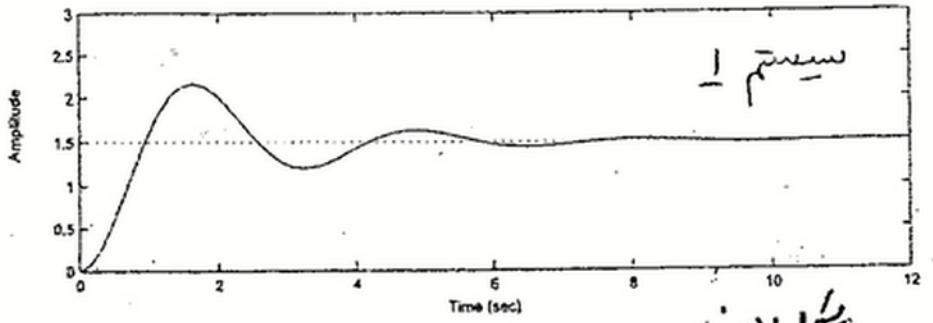
↓ اضافه کردن صفر

کمی سریع‌تر برای بحرانی با کمی سرعت جهش دارای ۵٪ متوسط

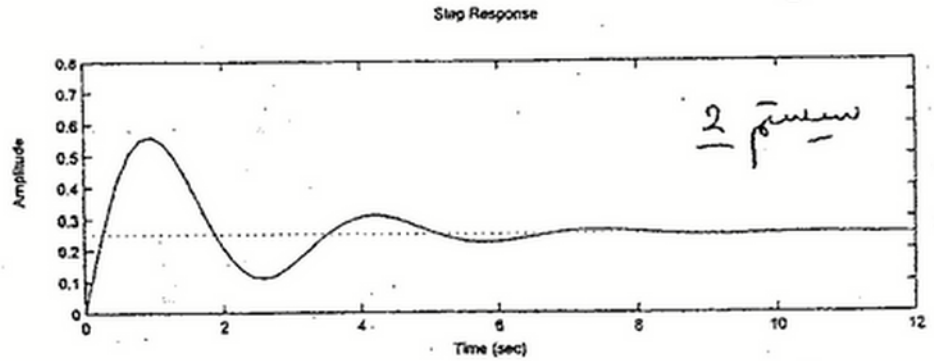


برق ۸۸

پاسخ پلّه دو سیستم مرتبه دوم با میرایی و فرکانس طبیعی یکسان در شکل‌های (الف) و (ب) زیر نشان داده شده است. اگر بدانیم پاسخ ضربه‌ی سیستم $G_2(s)$ در لحظه‌ی 0^+ برابر با ۱ بوده $(g_2(0^+) = 1)$ و $G_1(s)$ دارای صفری نمی‌باشد، تابع تبدیل دو سیستم کدامند؟



شکل (الف)



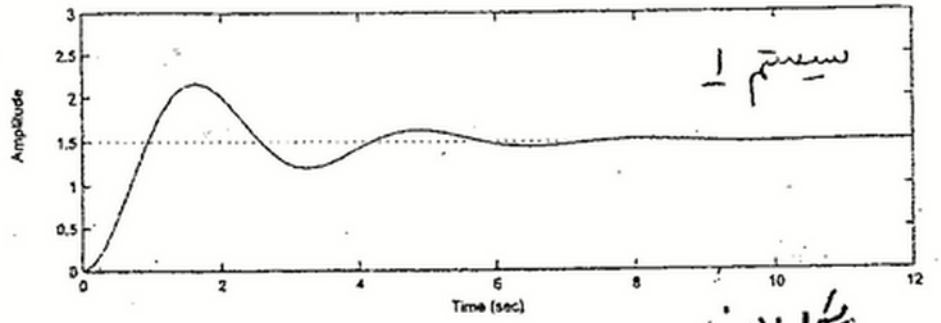
شکل (ب)

۱) $G_1(s) = \frac{۶}{s^۲ + s + ۴}$, $G_2(s) = \frac{(s+۱)^۲}{s^۲ + s + ۴}$

۲) $G_1(s) = \frac{۱۲}{s^۲ + ۰/۱s + ۸}$, $G_2(s) = \frac{۲(s+۱)^۲}{s^۲ + ۰/۱s + ۸}$

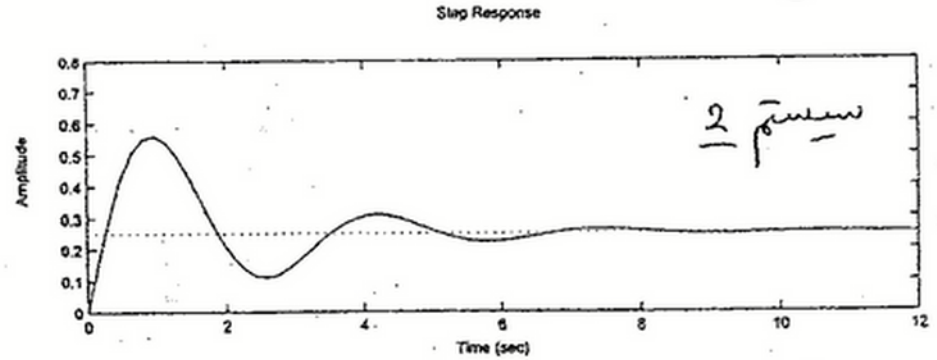
۳) $G_1(s) = \frac{۶}{s^۲ + s + ۴}$, $G_2(s) = \frac{s+۱}{s^۲ + s + ۴}$

۴) $G_1(s) = \frac{۶}{s^۲ + s + ۴}$, $G_2(s) = \frac{۰/۱s+۱}{s^۲ + s + ۴}$



سیستم 1

شکل الف



سیستم 2

پاسخ پله واحد G_2 در لحظه $t = 0^+$ برابر 1

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_2(s) \qquad R(s) = 1$$

$$Y(s) = 1 \times G_2(s) \rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G_2(s)\}$$

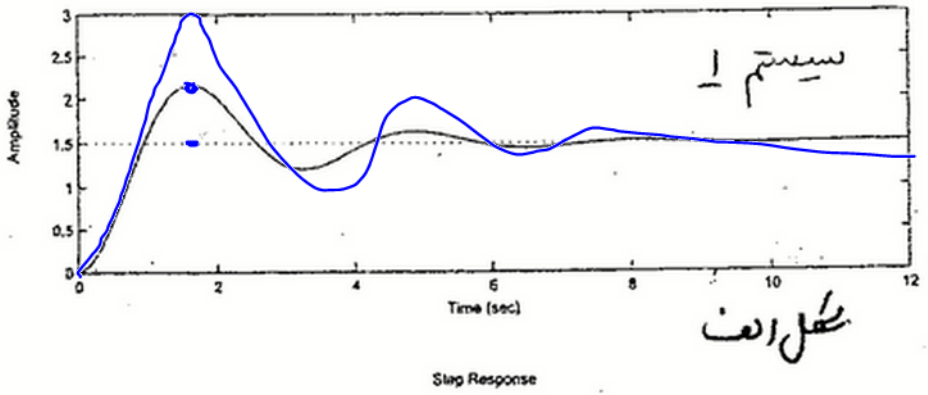
$$y(0^+) = \lim_{s \to \infty} sY(s) = \lim_{s \to \infty} sG_2(s) = 1$$

X 1) $\lim_{s\to\infty} s\,\frac{(s+1)^2}{s^2+s+4} = \lim_{s\to\infty} \frac{s^3+2s^2+s}{s^2+s+4} = \lim_{s\to\infty} \frac{s^3}{s^2} = \infty$

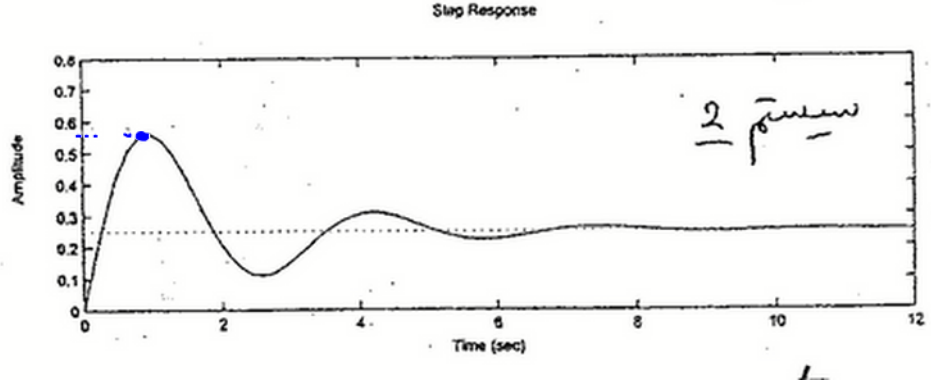
X 2) $\lim_{s\to\infty} s\,\frac{2(s+1)^2}{s^2+0.1s+8} = \infty$

3) $\lim_{s\to\infty} s\,\frac{s+1}{s^2+s+4} = \lim_{s\to\infty} \frac{s^2+s}{s^2+s+4} = 1$ ✓

X 4) $\lim_{s\to\infty} s\,\frac{0.1s+1}{s^2+s+4} = \lim_{s\to\infty} \frac{0.1s^2}{s^2} = 0.1$ X



شکل الف



$$G_1(s) = \frac{6}{s^2+5+6} \rightarrow \xi = \frac{1}{4}$$

$$\%OS = \frac{2-1.5}{1.5} \times 100 \simeq \%30$$

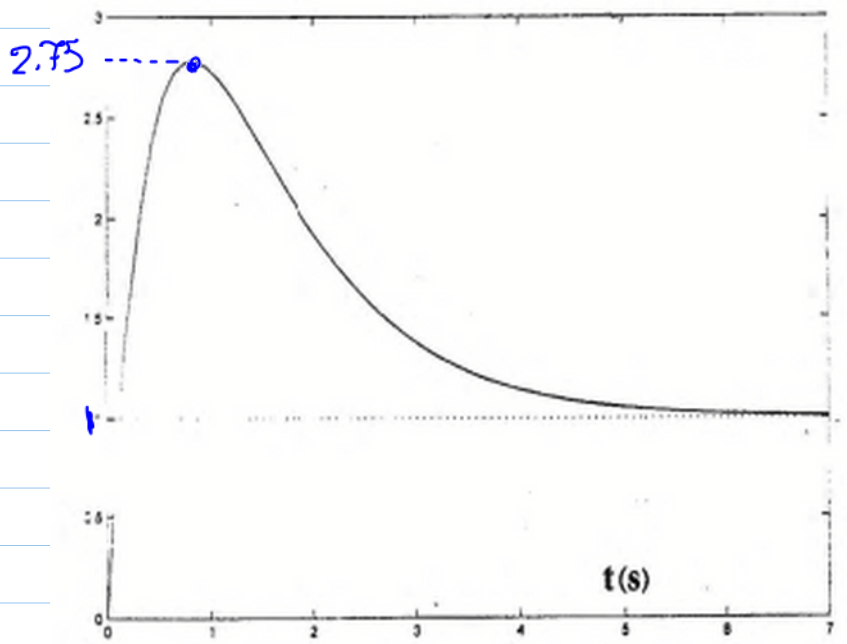
$$G_2(s) = \frac{s+1}{s^2+5+6}$$

$$\xi = \frac{1}{4}$$

$$\%OS = \frac{0.5-0.25}{0.25} \times 100 = 100\%$$

مرور ۹۱

شکل زیر پاسخ پله کدام تابع تبدیل است؟



۱) $G(s)=\frac{۲(۱+۵s)}{(s+۱)(s+۲)}$

۲) $G(s)=\frac{۲(۱+۵s)(۱+۰/۱s)}{s^۲+۱/۴s+۲}$

۳) $G(s)=\frac{۲(۱+۵s)(۱+۰/۱s)}{(s+۱)(s+۲)}$

۴) $G(s)=\frac{۲(۱+۵s)}{s^۲+۱/۴s+۲}$

$\%OS = \frac{2.75 - 1}{1} \times 100 = 175\%$

تأثیر صفر ←

$\%OS$ بسیار زیاد ← کپ سیتی زیر میرا با اضافه شدن صفر کمتا حپ

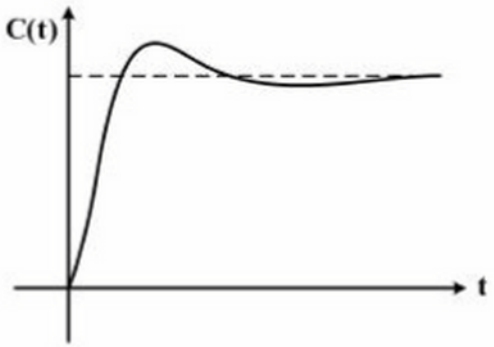
$\Delta(s) = s^2 + 1.4s + 2 \longrightarrow \omega_n = \sqrt{2}$, $\zeta = \frac{1}{2} \rightarrow \%OS$ متوسط

$\%OS$ متوسط ← صفر ← $\%OS$ خیلی زیاد ✓

$\%OS$ متوسط ← 2 تا صفر ← $\%OS$ خیلی خیلی زیاد ✗

دکتری ۹۶

تابع تبدیل سیستمی با پاسخ پلّهٔ زیر کدام است؟



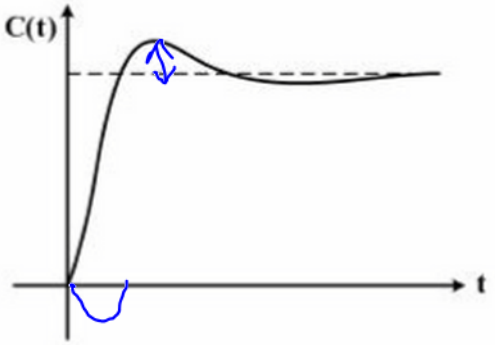
۱) $G(s)=\frac{(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s+\alpha)(s+\beta)}$, $\alpha,\beta,\gamma>۰$

۲) $G(s)=\frac{(۱-s)(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s+\alpha)(s+\beta)}$, $\alpha,\beta,\gamma>۰$

۳) $G(s)=\frac{(s+۱)(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s+\alpha)(s+\beta)}$, $\alpha,\beta,\gamma>۰$

۴) $G(s)=\frac{(s+۱)(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s^۲+۰/۵s+۱)}$, $\gamma>۰$

2) امنه صحت رابطه به ازای ω_n باشد



تابع تبدیل سیستمی با پاسخ پلّهٔ زیر کدام است؟

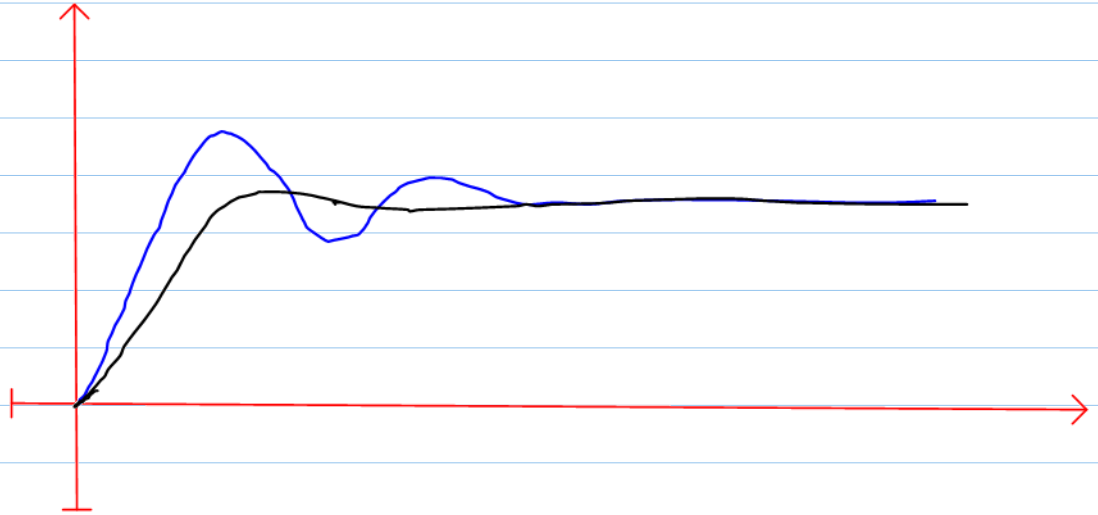
۱) $G(s)=\frac{(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s+\alpha)(s+\beta)}$, $\alpha,\beta,\gamma>۰$

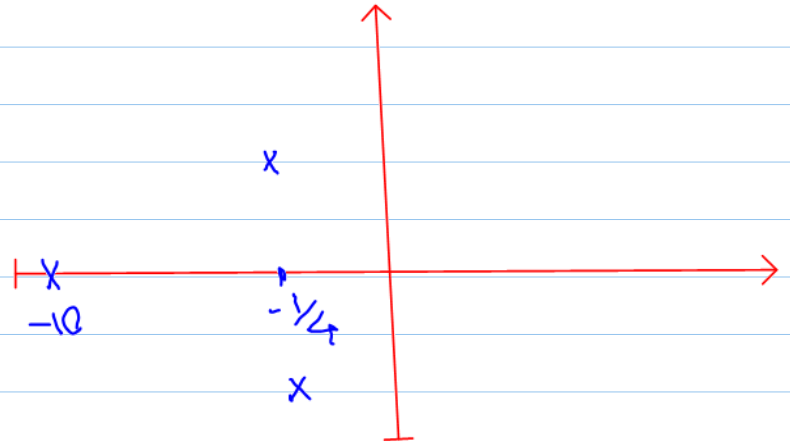
۲) $G(s)=\frac{(۱-s)(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s+\alpha)(s+\beta)}$, $\alpha,\beta,\gamma>۰$ ✗

۳) $G(s)=\frac{(s+۱)(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s+\alpha)(s+\beta)}$, $\alpha,\beta,\gamma>۰$

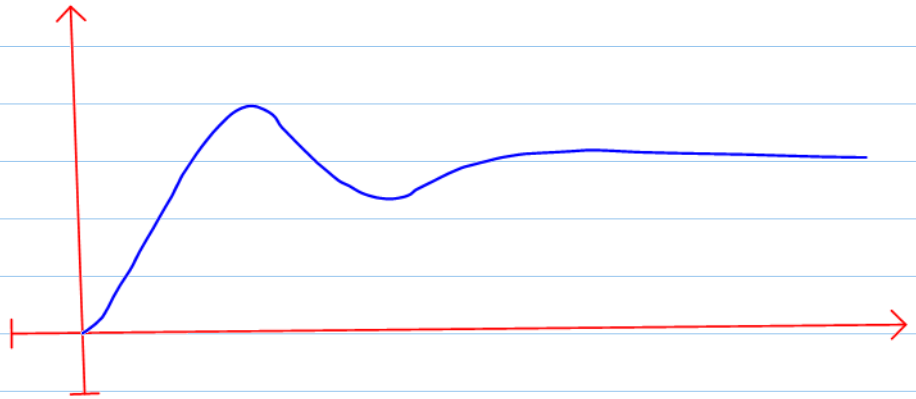
۴) $G(s)=\frac{(s+۱)(s+\gamma)}{(s+۱۰)(s^۲+۰/۵s+۱)}$, $\gamma>۰$ ✗

4) $G(s)=\frac{(s+1)(s+\gamma)}{(s+10)(s^2+\frac{1}{2}s+1)}$



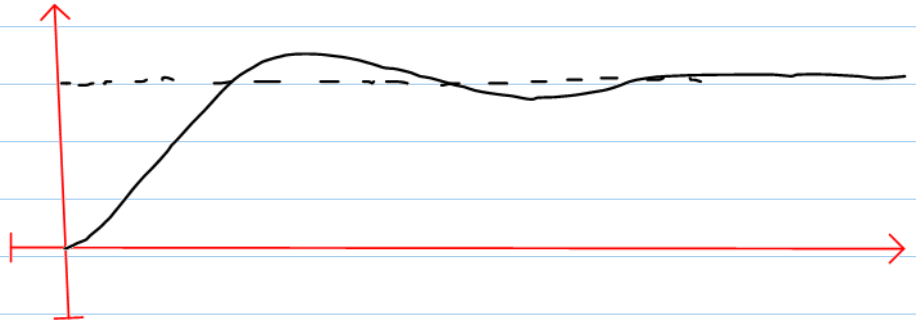


$$\bar{G}(s) = \frac{1}{(s+10)\left(s^2+\frac{1}{2}s+1\right)}$$

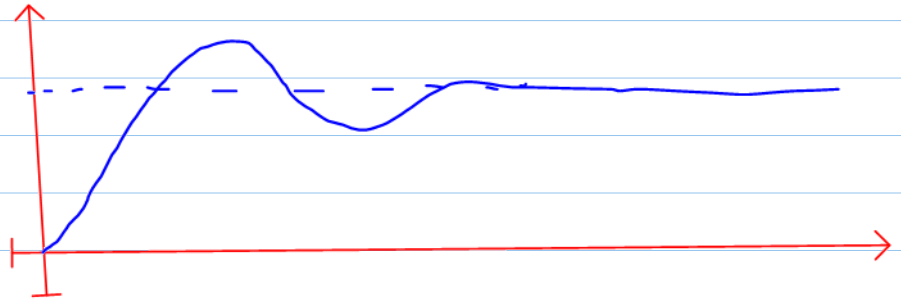


$$\tilde{G}(s) = \frac{1}{s^2+\frac{1}{2}s+1}$$

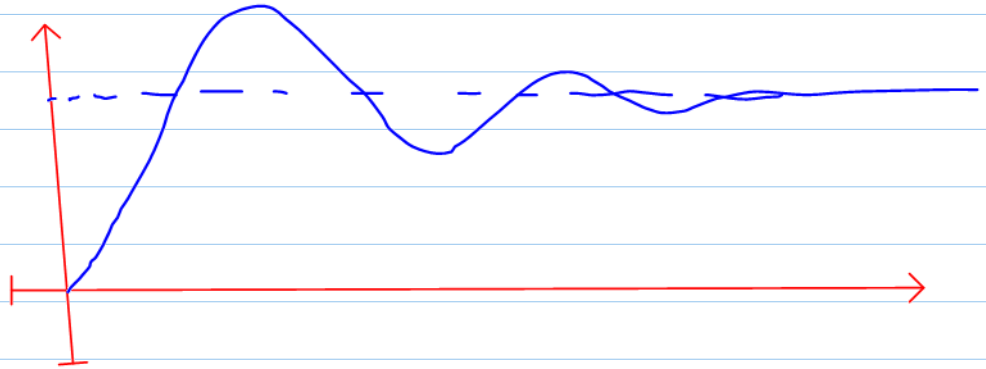
$$\bar{G}(s) = \frac{1}{(s+10)\left(s^2+\frac{1}{2}s+1\right)}$$



$$\hat{G}(s) = \frac{s+1}{(s+10)\left(s^2+\frac{1}{2}s+1\right)}$$



$$G(s) = \frac{(s+1)(s+y)}{(s+10)\left(s^2+\frac{1}{2}s+1\right)}$$

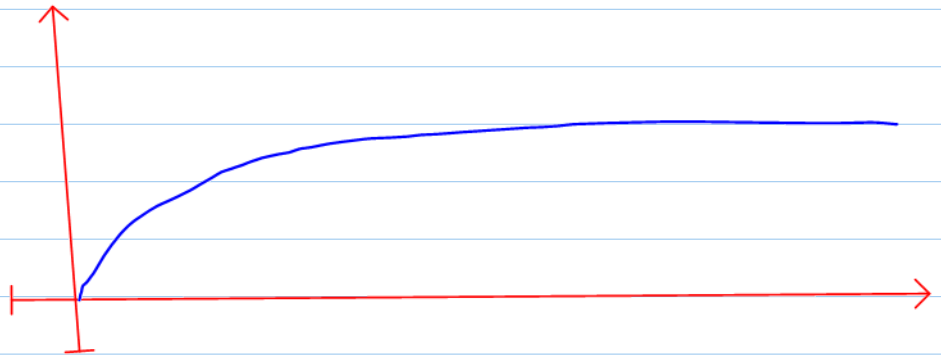


گزینه هر سه سیستم زیر سوا با 95٪ زیادات .

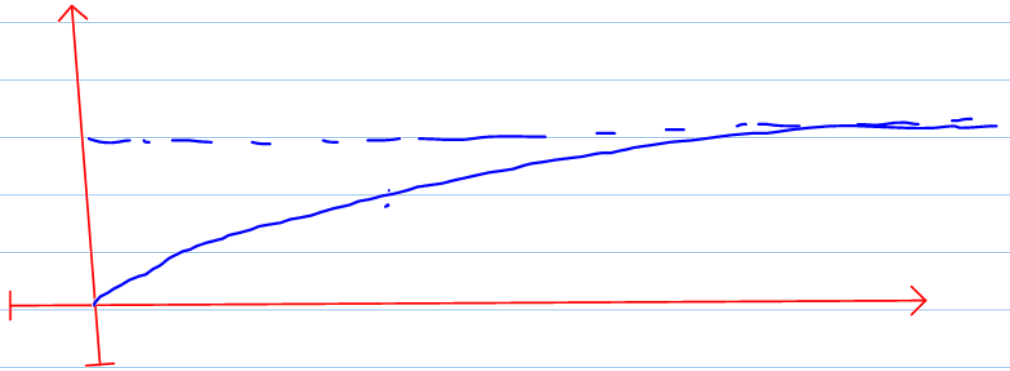
کامل گزینه 1 و 3.

$$\tilde{G}(s) = \frac{1}{(s+10)(s+\alpha)(s+\beta)}$$

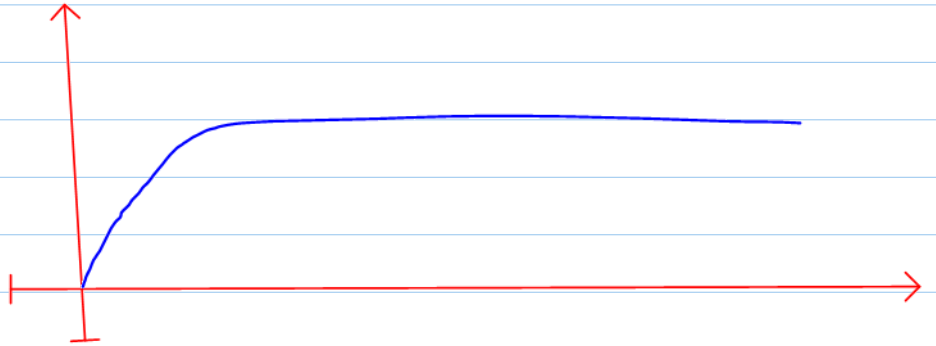
$$\hat{G}(s) = \frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$$



$$\tilde{G}(s) = \frac{1}{(s+10)(s+\alpha)(s+\beta)}$$



1) $G(s) = \frac{s+y}{(s+10)(s+\alpha)(s+\beta)}$



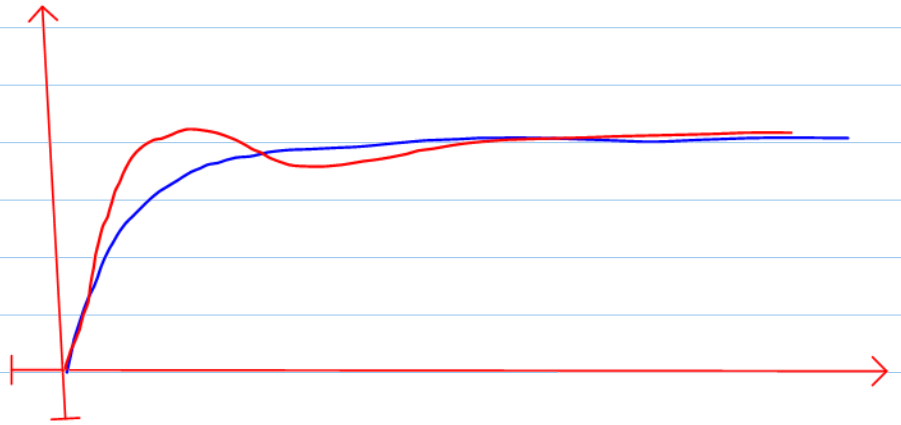
$G(s)$ یک سیستم خیلی فوق میرا

فوق میرا ← از اضافه شود → زیر میرا با ۵٪ خیلی کم

خیلی فوق میرا ← کم ← ۵٪ = ۰

3) $G(s) = \dfrac{(s+7)(s+1)}{(s+10)(s+\alpha)(s+\beta)}$

$\hat{G}(s) = \dfrac{s+7}{(s+10)(s+\alpha)(s+\beta)}$



یک سیستم فوق میرا ← کم شود → زیر میرا با ۵٪ کم