«جلسه دوم سیگنال»
«بررسی سیستم‌ها»

سیستم: هر جعبه‌ای که ورودی و خروجی دارد.



$y(t) = x(t) + x(t-2)$

توصیف ریاضی سیستم = معادله

معادله سیستم: رابطه ریاضی‌ای که خروجی y در لحظه t یا n را برحسب ورودی x بیان می‌کند و این رابطه به ازای همه ورودی‌ها صادق است.

معادله سیستم خروجی را به ازای هر ورودی توصیف می‌کند.



$y(t) = x^2(t) - 1$

* از روی یک یا دو ورودی خاص، معادله قابل تشخیص نیست.



$y(t) = x^2(t) + x(t-1)$

$\sin(t) \longrightarrow \sin^2(t) + \sin(t-1)$

$u(t) \not\longrightarrow u^2(t) + u(t-1)$ ✗

در یک سیستم به ازای ورودی $x(t) = \cos(t)$ خروجی $2\cos^2(t) - 1$ تولید می‌شود. معادله سیستم؟

$x(t) = \cos(t) \longrightarrow y(t) = 2\cos^2(t) - 1$

$y(t) = 2x^2(t) - 1$ ~~معادله سیستم~~ ✗

$2\cos^2 - 1 = \cos(2t)$

$x(t) = \cos(t) \longrightarrow y(t) = \cos(2t) = x(2t)$

$y(t) = x(2t)$ X

* حرفی در لفظ t یا n باید برحسب ورودی ها توسیا شود.

$y(t) = x(2t) + x(t)$ ✓

$y(t-2) = x(2t) + x(t)$ X

$t - 2 = t' \longrightarrow t = t' + 2$

✓ $y(t') = x(2(t'+2)) + x(t'+2)$

$\int_{-\infty}^{t} \frac{dy(t)}{dt} = \int_{-\infty}^{t} x(t)$ X $\qquad \underline{y(t)} = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$ ✓

$\underbrace{y[n] - y[n-1]}_{\text{سنتی } y} = x[n]$ X

$y[n] = y[n-1] + x[n]$ X

معادل زیر: $\frac{dy}{dt} = x \longrightarrow \int \frac{dy}{dt} = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$

$\sum (y[n] - y[n-1]) = \sum x[n]$

$$\sum_{k=-\infty}^{n} y[k]-y[k-1] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$$

$$\sum_{k=-\infty}^{n} y[k] - \sum_{k=-\infty}^{n} y[k-1] = ? \quad y[n]$$

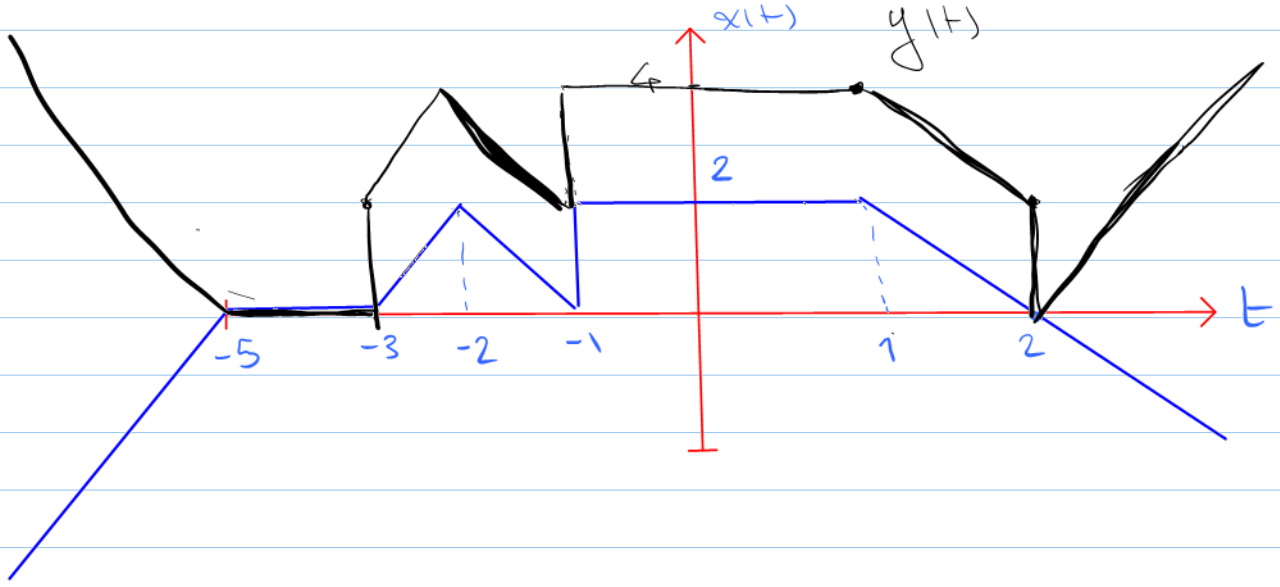
$$y[n]+y[n-1]+\dots+y[-\infty] - (y[n-1]+y[n-2]+\dots+y[-\infty-1])$$

$$= y[n]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \quad \checkmark$$

مثال. سیستمی با معادله زیر داده شده است. پاسخ $y(t)$ سیستم را به ورودی $x(t)$ داده شده در شکل، حدوداً رسم کنید.

$$y(t) = \begin{cases} x(t)+2 & x(t)>0 \\ -x(t) & x(t)\le 0 \end{cases}$$

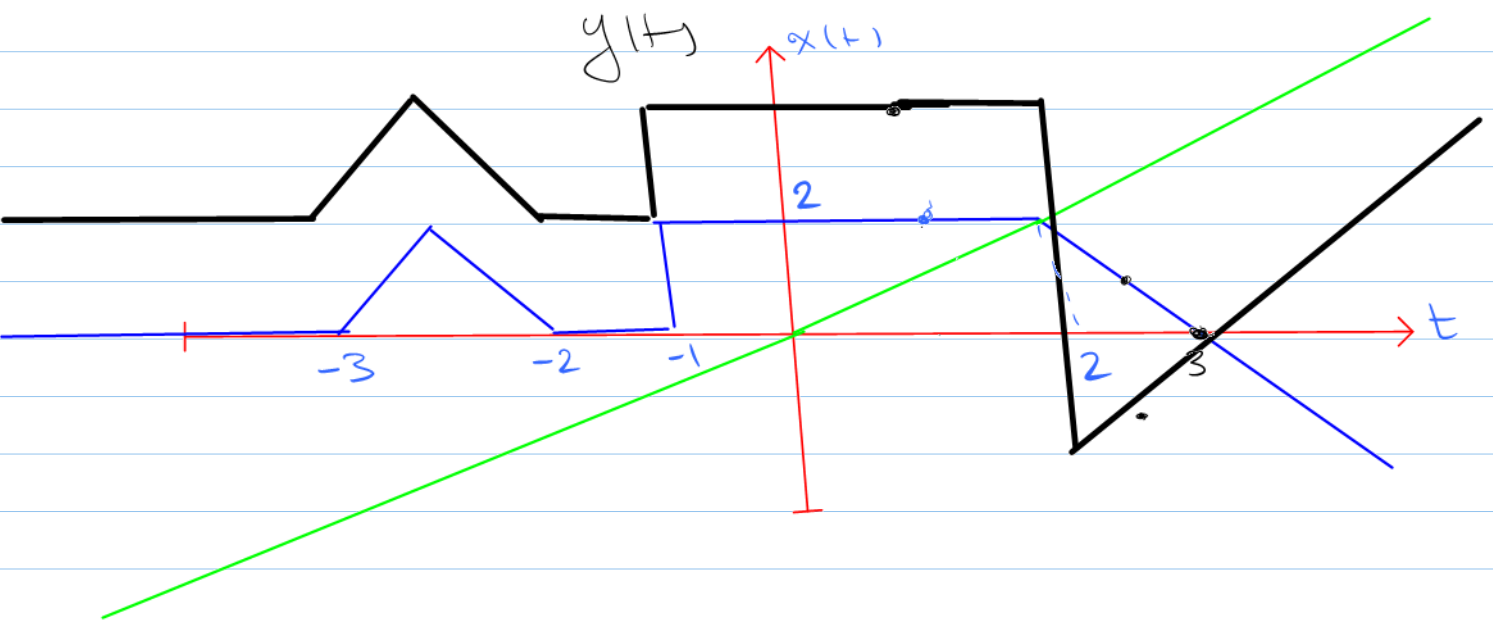


$t=1 \rightarrow x(1)=2 \rightarrow y(1) = 2+2=4$

به ازای ورودی $x(t)$ ، خروجی سیستم را رسم کنید.

$$y(t) = \begin{cases} x(t) + 2 & x(t) \geq t \\ -x(t) & x(t) < t \end{cases}$$

$f(t) = t$



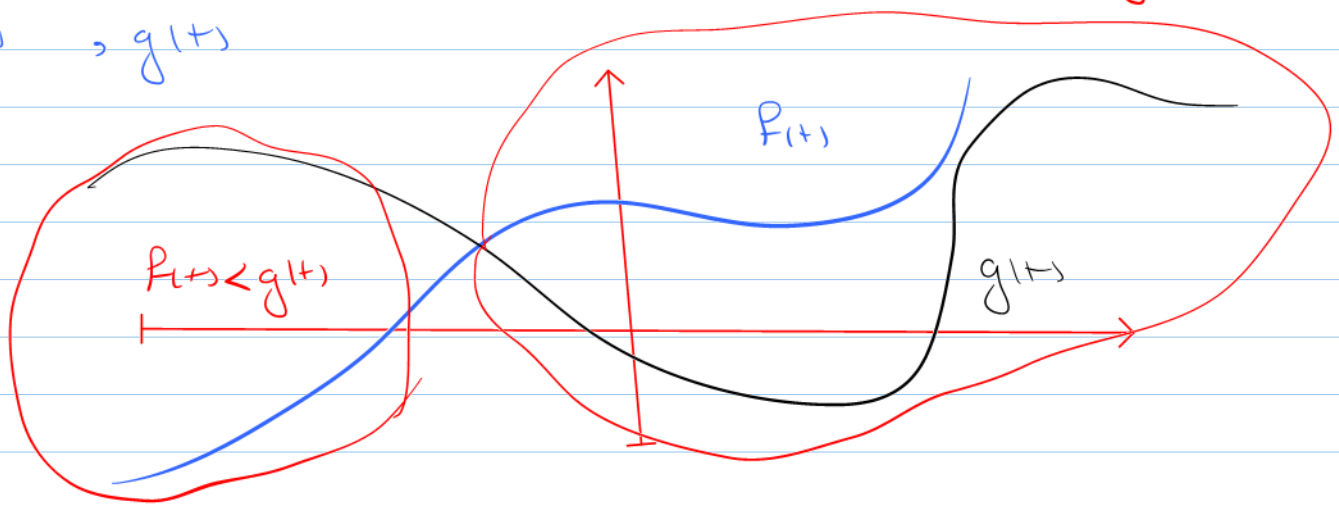
$t=1 \leq x(t)=2$ ✓ $\longrightarrow$ $y(t) = 2 + 2 = 4$

$t=3 \geq x(t)=0 \longrightarrow$ $y(t) = -x0 = 0$

$t=2.5 \geq x(t)=1 \longrightarrow$ $y(t) = -1 = -1$

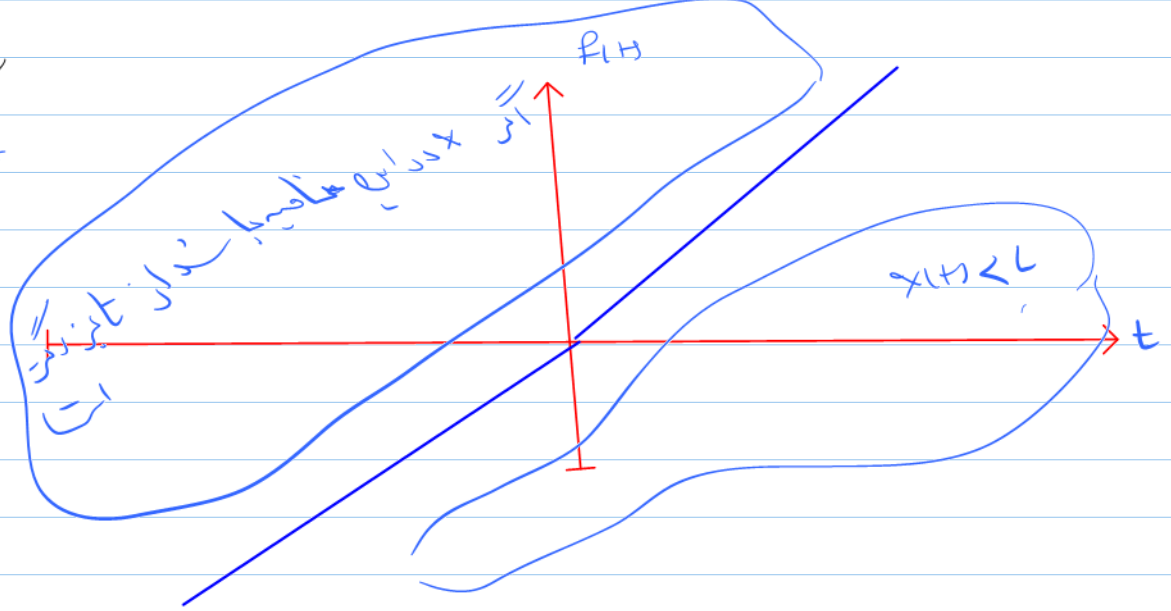
$f(t) \geq g(t)$

$f(t)$ ، $g(t)$

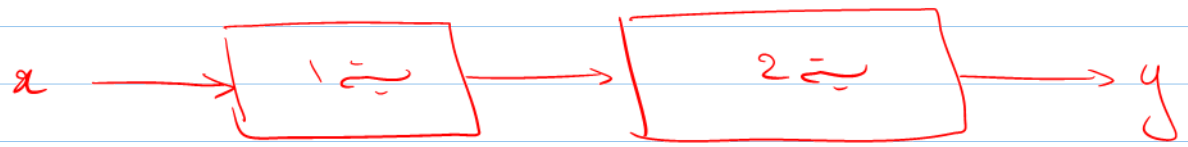


$f(t) = t$

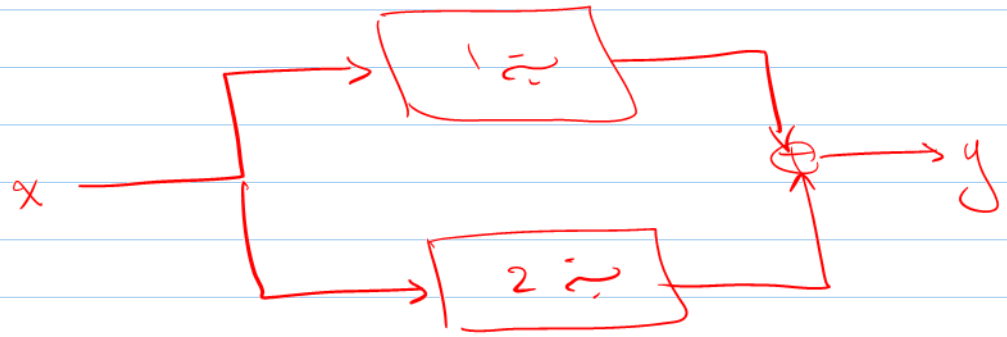
$x(t) \geq t$



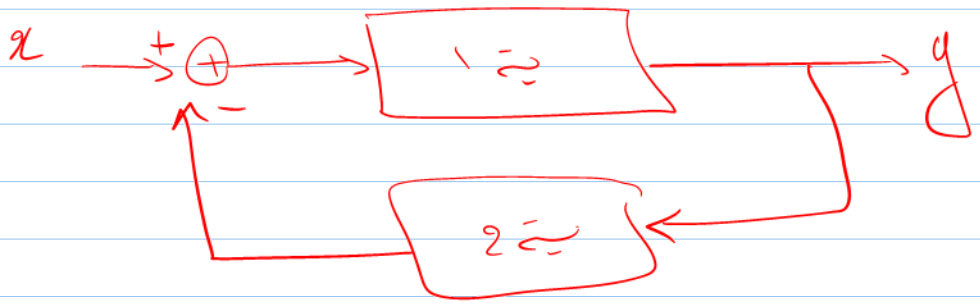
مثال سیستم‌های سری - موازی - فیدبک



سری



موازی

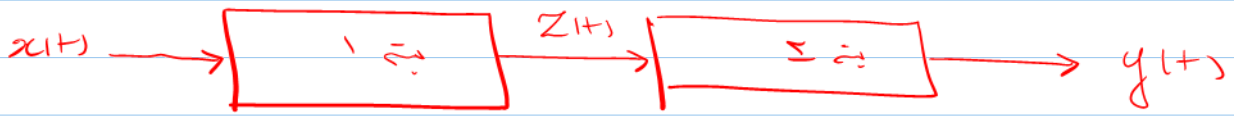


فیدبک

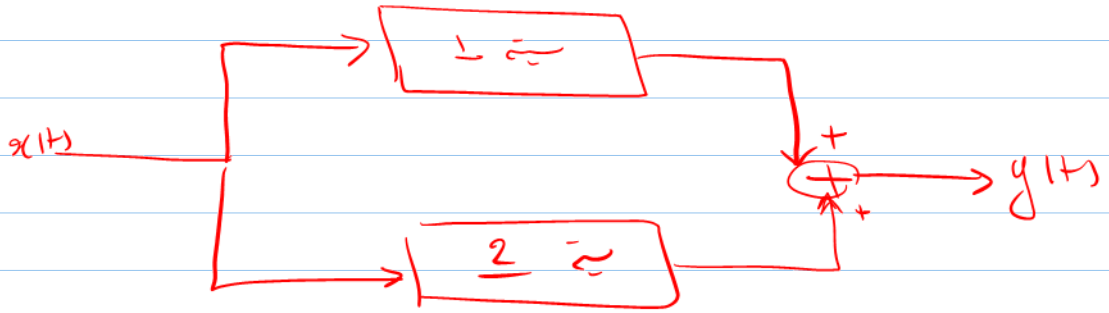
مثال. سیستم زیر را یکبار به صورت سری و یکبار به صورت موازی متصل کنید. رابطه کلی سیستم ها را بدست آورید.

(1) $y(t) = \begin{cases} x^2(-3t+1) & x(t) \geq 0 \\ -x(2t-1) & x(t) < 0 \end{cases}$

(2) $y(t) = x^2(t+1) - 4$



سری



موازی

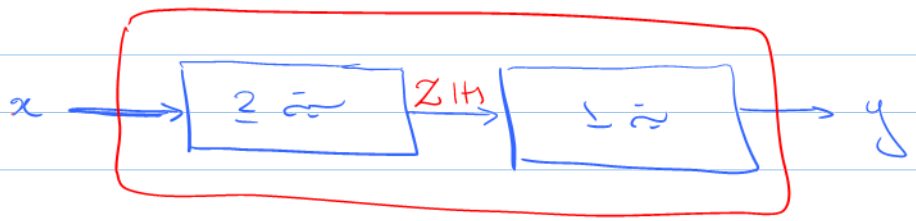
سیستم ۲ → ورودی x → سیستم ۲ → خروجی $z(t) = x^2(t+1) - 4$

ورودی f → سیستم ۲ → $y(t) = f^2(t+1) - 4$ ~~$y(t)$~~

$f(t)$ → سیستم ۲ → $y(t) = f^2(t+1) - 4$

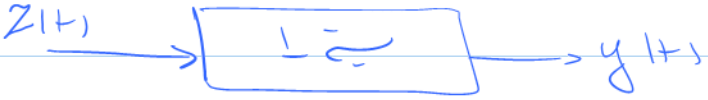
$z_{x(t)}$ → سیستم ۱ → $y(t) = \begin{cases} z^2(-3t+1) & z_{x(t)} \geq 0 \\ -z(2t-1) & z_{x(t)} < 0 \end{cases}$

سیستم کلی



$z(t) = x^2(t+1) - 4$ سیستم 2

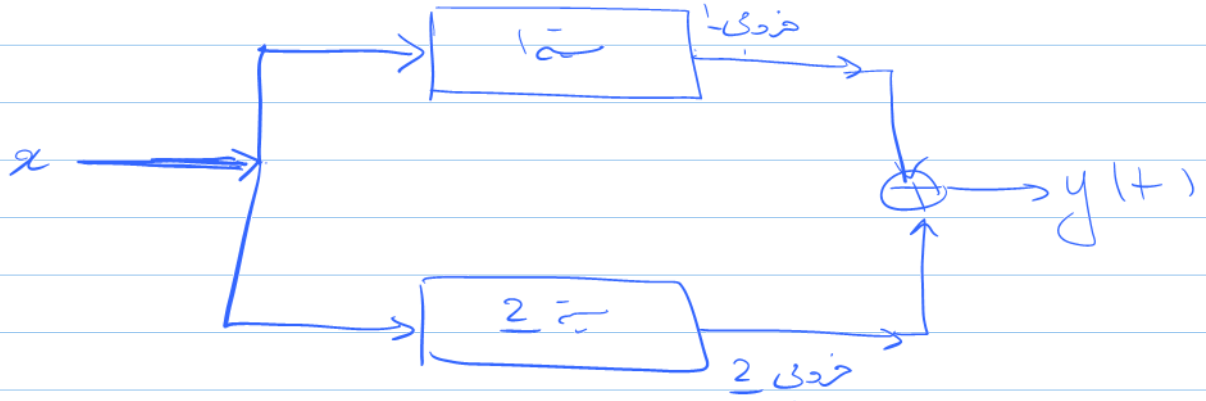
$$y(t) = \begin{cases} z^2(-3t+1) & z(t) \geq 0 \quad \text{سیستم 1} \\ -z(2t-1) & z(t) < 0 \end{cases}$$



$$\text{سیستم کلی } y(t) = \begin{cases} (x^2(-3t+2) - 4)^2 & x^2(t+1) - 4 \geq 0 \\ -x^2(2t) + 4 & x^2(t+1) - 4 < 0 \end{cases}$$

$z(t) = x^2(t+1) - 4$ $\qquad z(-3t+1) = \left(x^2((-3t+1)+1) - 4\right)^2$

$-z(2t-1) = -\left(x^2(2t-1+1) - 4\right)$



$$\text{خروجی } 1 = \begin{cases} x^2(-3t+1) & x(t+1) \geq 0 \\ -x(2t-1) & x(t+1) < 0 \end{cases}$$

$$\text{خروجی } 2 = x^2(t+1) - 4$$

$$y(t+1) = \text{خروجی } 1 + \text{خروجی } 2$$

$$= \begin{cases} x^2(-3t+1) & x(t+1) \geq 0 \\ -x(2t-1) & x(t+1) < 0 \end{cases} + \begin{cases} x^2(t+1) - 4 & x(t+1) \geq 0 \\ x^2(t+1) - 4 & x(t+1) < 0 \end{cases}$$

$$y(t+1) = \begin{cases} x^2(-3t+1) + x^2(t+1) - 4 & x(t+1) \geq 0 \\ -x(2t-1) + x^2(t+1) - 4 & x(t+1) < 0 \end{cases}$$

بررسی خواص سیستما