جلسه ۱۲ سیگنال

برو تا ۸۳

۷. رابطهٔ ورودی و خروجی یک سیستم پیوسته به صورت $y(t) = \begin{cases} \frac{x(t)}{|x(t)|}; & x(t) \neq 0 \\ 0; & x(t) = 0 \end{cases}$ می‌باشد. این سیستم:

۱) خطی و تغییرپذیر با زمان است.

۲) خطی و تغییرناپذیر با زمان است.

۳) غیرخطی و تغییرپذیر با زمان است.

۴) غیرخطی و تغییرناپذیر با زمان است.

حل دانشجو

$$y(t) = \begin{cases} \frac{x(t)}{|x(t)|} & x(t) \neq 0 \\ 0 \times x(t) & x(t) = 0 \end{cases}$$

x در شرط‌های غیرخطی

غیرخطی و TI

۷۸- رابطهٔ بین ورودی و خروجی در یک سیستم زمان گسسته به‌صورت زیر است: برق ۹۵

$$y[n]=\begin{cases}\mathrm{Re}\{x[n-1]\} & n \text{ زوج}\\ \mathrm{Re}\{x[n-1]+x[n-2]\} & n \text{ فرد}\end{cases}$$

کدام گزینه در مورد این سیستم درست است؟

۱) خطی و تغییرناپذیر با زمان

۲) خطی و تغییرپذیر با زمان

۳) غیرخطی و تغییرناپذیر با زمان

۴) غیرخطی و تغییرپذیر با زمان

حل دانشجو:

$y[n]=\begin{cases}\mathrm{Re}\{x[n-1]\} & n \text{ زوج}\\ \mathrm{Re}\{x[n-1]+x[n-2]\} & n \text{ فرد}\end{cases}$

غیرخطی و تغییرناپذیر

n زوج ←

n فرد

غیرخطی

۳۷

آزاد ۹۸: کدام یک از دو سیستم زیر تغییر ناپذیر با زمان است؟

(الف) $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|}\, x[n-k]$

(ب) $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|}\, x[k-n]$

1) الف 2) ب 3) هر دو 4) هیچ‌کدام

(الف) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|} x[n-k]$

① ✓ ② ✓ ③ ✓ خطی، تغییرناپذیر

$x_1[n] \longrightarrow y_1[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|} x_1[n-k]$

$x_1[n-a] \longrightarrow y_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|} x_1[n-k-a]$

$y_1[n-a] = \sum_{k=-\infty}^{n-a} 2^{-|k|} x_1[n-a-k]$ ✗ $\neq ?$ $\sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|} x_1[n-a-k]$ ✗

TV

(2) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|} x[k-n]$

① ✓ ② ✓ ③ ✓ خطی، تغییرپذیر

$$x_1[n] \rightarrow y_1[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|}\, x_1[k-n]$$

$$x_1[n-a] \rightarrow y_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|}\, x_1[k-n-a]$$

$$y_1[n-a] = \sum_{k=-\infty}^{n-a} 2^{-|k|}\, x_1[\underline{k-(n-a)}] \overset{?}{=} \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|}\, x_1[\underline{k-n-a}]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{n-a} 2^{-|k|}\, x_1[\underbrace{k-n+a}_{k''}] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{-|k|}\, x_1[\underbrace{k-a}_{k'}-n]$$

$$= \sum_{k'=-\infty}^{n-a} 2^{-|k'+a|}\, x_1[k'-n]$$

$k-a = k'$

$k = k'+a$

$k: -\infty \rightarrow n$

$k': -\infty \rightarrow n-a$

$k+a = k'' \rightarrow$

$k: -\infty \rightarrow n-a$

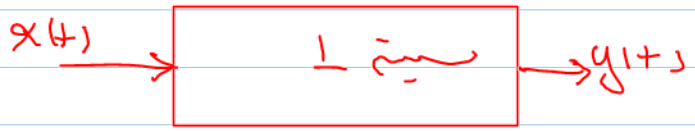
$k'': -\infty \rightarrow n$

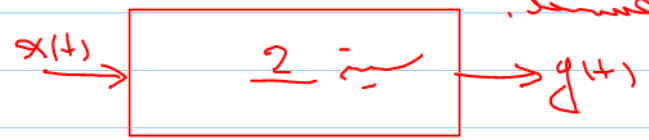
TV

$$\sum_{k''=-\infty}^{n} 2^{-|k''-a|}\, x_1[\underline{k''-n}] \overset{?}{\neq} \sum_{k'=-\infty}^{n-a} 2^{-|k'+a|}\, x_1[\underline{k'-n}]$$

X

برق ۹۳. کدام یک از سیستم‌های زیر می‌تواند LTI باشد؟ f و g توابعی ثابت و غیر صفر از t هستند.





سیستم 1: $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\alpha)\, g(\alpha - t)\, d\alpha$

سیستم 2: $y(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\alpha)\, x(t-\alpha)\, d\alpha$

1) فقط 1 2) فقط 2 3) هردو 3) هیچکدام

حل دانشجو

۱ ـ $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\alpha)\, g(\alpha - t)\, d\alpha$ LTI و TI خطا

$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x'(\alpha) \times \cdots\, d\alpha$ خطی

عدم خطی

① ✓ ② ✓ ③ ✓ خطی

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \int_{-\infty}^{t} x_1(\alpha)\, g(\alpha - t)\, d\alpha$

$x_1(t-b) \longrightarrow y_2(t) = \int_{-\infty}^{t} x_1(\alpha - b)\, g(\alpha - t)\, d\alpha$

$y_1(t-b) = \int_{-\infty}^{t-b} x_1(\alpha)\, g(\alpha - (t-b))\, d\alpha \stackrel{?}{=} \int_{-\infty}^{t} x_1(\underbrace{\alpha - b}_{\alpha'})\, g(\alpha - t)\, d\alpha$

$\alpha - b = \alpha'$ $\quad d\alpha = d\alpha'$

$\alpha = \alpha' + b$ $\quad \alpha: -\infty \longrightarrow t$

$\alpha': -\infty \longrightarrow t-b$

$$y_2(t) = \int_{-\infty}^{t-b} x_1(\alpha')\, g(\alpha'+b-t)\, d\alpha'$$

α' بدل α

$$\| $$

$$y_1(t-b) = \int_{-\infty}^{t-b} x_1(\alpha)\, g(\alpha+b-t)\, d\alpha$$

TI

LTI = TI و خطي

2 ـ:

$$y_2(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t-\alpha)\, f(\alpha)\, d\alpha$$

$>x<$

$$y(t) = \int \dot{x}(t-\alpha) \times >x< \longrightarrow$$

خطي

① ✓ ② ✓ ③ ✓

$$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\alpha)\, x_1(t-\alpha)\, d\alpha$$

$$x_1(t-b) \longrightarrow y_2(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\alpha)\, x_1(t-\alpha-b)\, d\alpha$$

$$y_1(t-b) = \int_{-\infty}^{t-b} f(\alpha)\, x_1(t-b-\alpha)\, d\alpha \overset{?}{\neq} y_2(t)$$

نکته:

هرگاه مورد سوال این باشد که سیستمی دینامیکی خاصی است یا نه و در صورت دینامیکی بودن یا خیر بودن آن را بررسی کنیم:

$$x_1(t) = \cos(t) \longrightarrow y_1(t) = f(t)$$

$$x_2(t) = \sin(t) \longrightarrow y_2(t) = ?$$

باید ورودی جدید را با استفاده از خاصیت خطی سیستم برحسب ورودی اول بنویسیم و سپس عملیات را روی خروجی اول اعمال کنیم تا خروجی سیستم بدست آید.

عملیات جبری:
- ورودی و خروجی را با توان درجه عدد مزبور کرد.
- ورودی های مختلف را با هم جمع یا تفریق کرد.

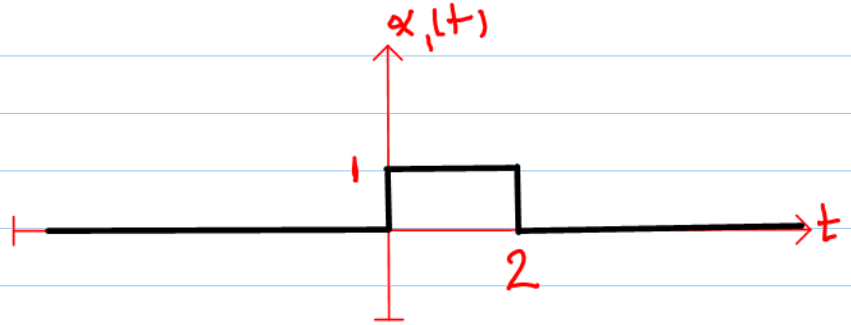
حفظا ←

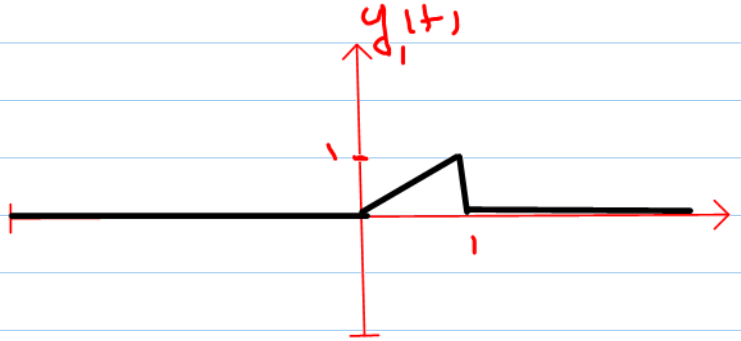
TI ← اگر ورودی را شیفت دهیم خروجی هم شیفت پیدا می‌کند.

عملیات جبری ← شیفت

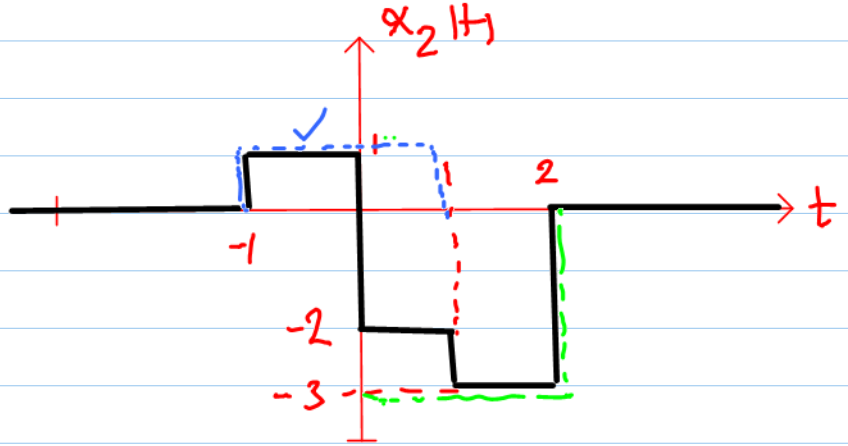
مثال: در یک سیستم LTI، به ازای ورودی $x_1(t)$، خروجی $y_1(t)$ بدست آمده است.

خروجی سیستم به ازای $x_2(t)$ را بدست آورید.





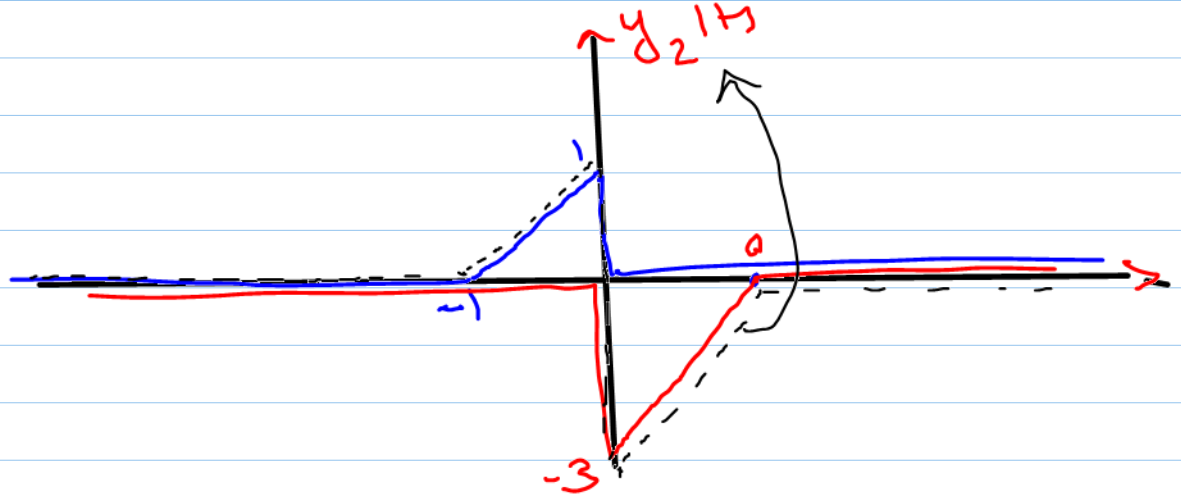
LTI



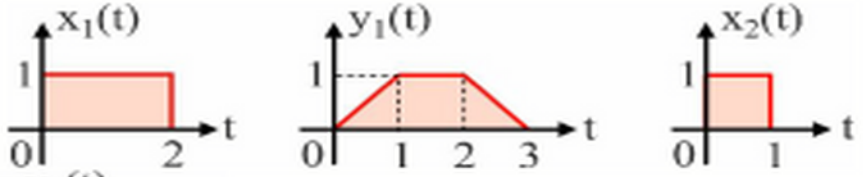
عملیات جبری: جمع با یک ثابت، ضرب در یک عدد

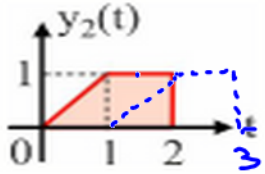
$$x_2(t) = x_1(t+1) + -3x_1(t)$$

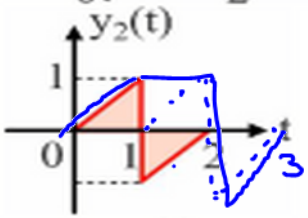
$$y_2(t) = y_1(t+1) + -3y_1(t)$$

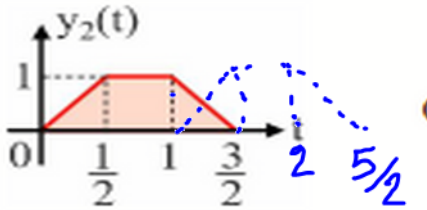


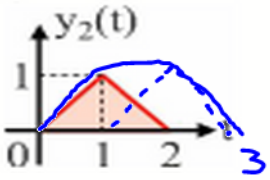
۶۸. با اعمال $x_1(t)$ به ورودی یک سیستم LTI، خروجی $y_1(t)$ حاصل می‌شود. اگر $x_2(t)$ به ورودی همین سیستم اعمال گردد، خروجی $y_2(t)$ به کدام است؟ برق ۹۲

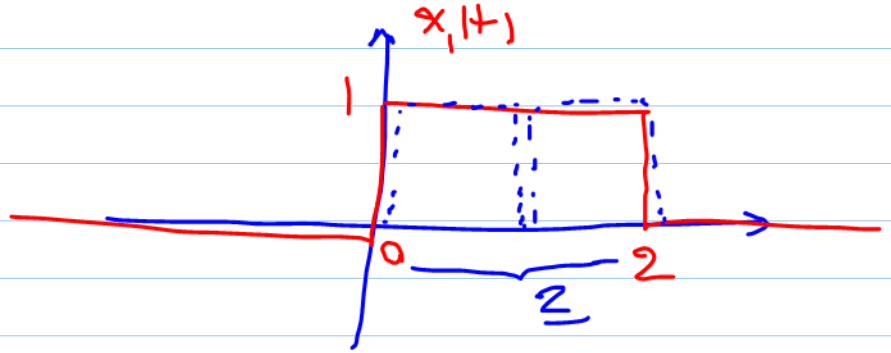


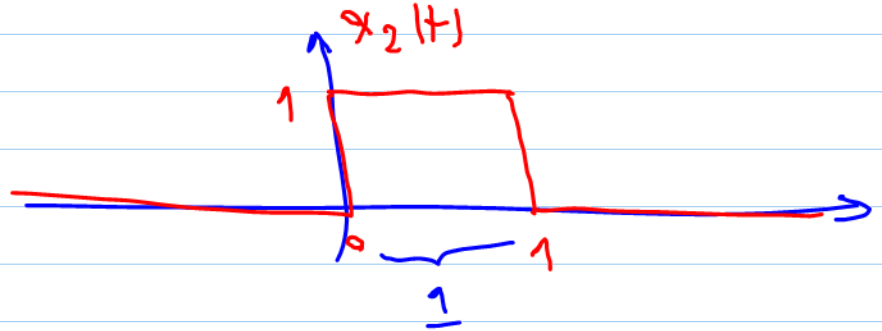
۱)


۲)


۳)


۴) ✓






ضرب عدد در سیگنال
جمع دو سیگنال
شیفت

} LTI

$$x_1(t) = x_2(t) + x_2(t-1)$$

$$y_1(t) = \underbrace{y_2(t) + y_2(t-1)}_{?}$$

✓