«جلسه ۱۴ سیگنال»

«خواص سیستم»

5- پایداری: سیستم را پایدار گوئیم اگر به ازای ورودی محدود، خروجی محدود شود.

اگر بتوان x ورودی را یافت که به ازای آن y نامحدود شود، سیستم ناپایدار است.

پایدار $\quad |x(t)|<\infty \rightarrow |y(t)|<\infty$

به ازای هر t ای (حتی $t=\pm\infty$) y محدود است.

$y(t)=x(t) \rightarrow$

* اگر x ورودی، فرض است، دیگر حتی فرض را بررسی نکنید.

$$y(t)=\frac{x(t)}{1+x^2(t)}$$

$$1+x^2(t)=0 \rightarrow x(t)=\pm j$$

$$x(t)\rightarrow \pm j \rightarrow y(t)=\frac{j}{1+(-1)^2}=\frac{j}{0^+}=\infty j \quad \text{ناپایدار}$$

$$y(t)=e^{1/x(t)} \qquad x(t)\rightarrow 0 \qquad x(t)=0^+ \quad <\infty$$

$y(t) = e^{1/0^+} = e^{\infty} = \infty$ ناپایدار

$y(t) = e^{j/|x(t)|}$ $\quad x(t) \to 0 \quad$ $j/|x| = \infty j$

$y(t) = e^{\infty \times j} = \underline{\cos(\infty)} + j\underline{\sin(\infty)} \Rightarrow |y(t)| \leq 1$ پایدار

$y(t) = e^{j/x(t)}$ $\quad x(t) = 0^+ j \quad \frac{j}{x(t)} = \frac{1}{0^+} = \infty$

$y(t) = e^{\infty} = \infty$ ناپایدار

$y(t) = t\,x(t)$ اگر ورودی کران دار باشد خروجی کران دار نیست $x(t) = A < \infty \Rightarrow y(t)$

$y(t) = t \times A$ $\quad y(\infty) = \infty \times A = \infty \to$ ناپایدار

$$y[n] = \begin{cases} \frac{1}{1 + x^2[n]} & x[n] \neq 0 \\ 0 & x[n] = 0 \end{cases}$$

$x^2[n] = -1 \to x[n] = \pm j$

$x[n] \to j \Rightarrow y[n] = \frac{1}{1+(1^+ j)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ ناپایدار

$x[n] = 1^+ j$

$y(t) = \int_{-t}^{t} \tau \underbrace{x(\tau)}_{A} d\tau$ $\quad y(t) = A\int_{-t}^{t} \tau\, d\tau = A\left(\frac{\tau^2}{2}\Big|_{-t}^{t}\right)$

$= A\left(\frac{t^2}{2} - \frac{(-t)^2}{2}\right) = 0$

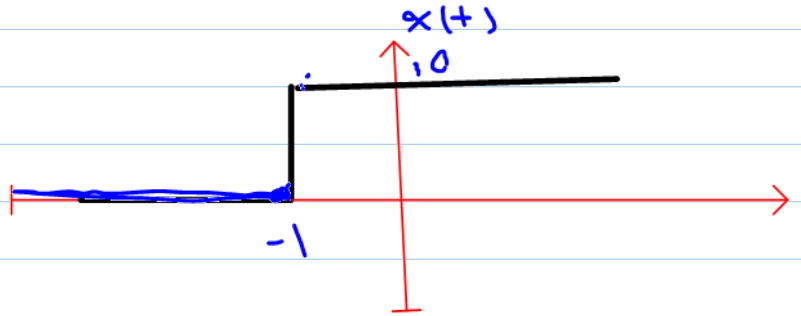
$x(t) = u(t) \to$ $\quad y(t) = \int_{\cancel{-t}\,0}^{t} \tau \cancel{x(\tau)}^{1} d\tau = \frac{t^2}{2}$

$y(\infty) = \frac{\infty^2}{2} = \infty$ ناپایدار

اگر به ازای کلیه ورودی های محدود، خروجی محدود شود، دلیل بر پایداری است.

" " " نامحدود " " ناپایداری است.

$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$



$$y(t) = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{\Delta t} = \infty$$ ناپیوسته

$$g(t) = \begin{cases} \frac{x(t)}{1 - x(t)} & x(t) \neq 1 \\ 1 & x(t) = 1 \end{cases}$$

$x(t)=1$

$$x(t) = \underline{1 + \Delta t} \longrightarrow y(t) = \frac{1 + \Delta t}{1 - (1 + \Delta t)} = \frac{1 + \Delta t}{-\Delta t} = \underline{-\infty}$$ ناپیوسته

$$y[n] = \tan(x[n])$$

$$x[n] = \frac{\pi}{2} \longrightarrow y[n] = \infty$$

برق ۵۸. سیستم با معادله $y[n]=\begin{cases} n & n<x[-n] \\ x[n] & n>x[-n] \end{cases}$ ... است.

۱) علی و پایدار ۲) غیرعلی و پایدار ۳) علی و ناپایدار ۴) غیرعلی و ناپایدار

حل دانشجو

غیرخطی و ۳۷ و حافظه‌دار

$y[n]=\begin{cases} n\times x^{5}[n] & n<x[-n] \\ x[n] & n>x[-n] \end{cases}$

y	x
n	n ✓
	-n ✗ غیرعلی

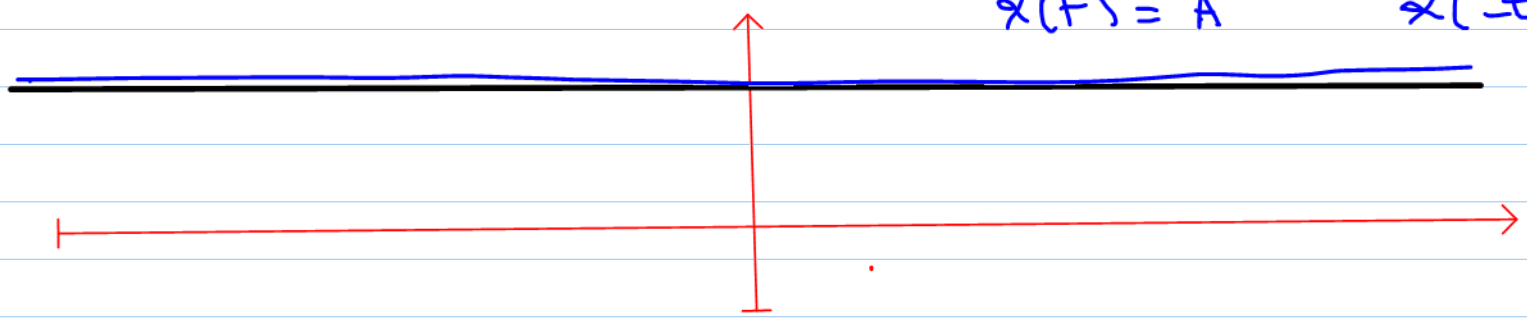
$n \geq n$ ✓

$n \geq -n$ ✗ $\quad -10 \geq 10$ ✗

علی بودن ؟

$x[n] = A$ $\quad x[-n] = A$

$x(t) = A$ $\quad x(-t) = A$



$$y[n] = \begin{cases} n & n < A \\ A & n \geq A \end{cases}$$

$n = +\infty$

$y[+\infty] = A$ ناپایدار

$n = -\infty$ $\quad y[-\infty] = -\infty$

برای n سیستم زیر کدام دسته خواهد بود؟

1) غیرعلی، LTV، ناپایدار 2) علی، LTV، پایدار 3) علی، LTV، ناپایدار

4) علی، LTI، پایدار

$$y(t) = \frac{\sin(x(t)+2t)}{x(t-1)}$$

$$y(t) = \frac{\sin(x(t)+2t)}{x(t-1)}$$

غیر خطی ، TV ، حافظه دار ، ناپایدار

$x(t-1) = 0^+$
$x(t) = 0^+$
$\rightarrow$ $y(t) = \frac{\sin(0^+ + 2t)}{0^+} = \frac{\sin(2t+0^+)}{0^+} = \infty$

t	t
	t-1

$t \geq t$ ✓
$t \geq t-1$ ✓
$\rightarrow$ علی

برق 19 . در مورد سیستمی با مشابه

$$y(t) = \begin{cases} 0 & x(t) < 0 \\ x(t) + x(t-2) & x(t) \geq 0 \end{cases}$$

کدام گزینه نادرست است ؟ 1) علی و پایدار 2) غیر خطی و TI 3) غیر خطی و بدون حافظه 4) علی و TI

غیر خطی ، LTI ، حافظه دار

علی ، پایدار

$$y(t) = \begin{cases} 0 & x(t) > 0 \\ x(t) + x(t-2) & x(t) \leq 0 \end{cases}$$

y	x
t	t
	t-2

$t \geq t$ ✓

$t \geq t-2$ ✓

$$x(t) = A \longrightarrow y(t) = \begin{cases} 0 & A > 0 \\ A+A & A \leq 0 \end{cases}$$

برق ۹۱. رابطه بین ورودی و خروجی سیستم $y[n] = \sum_{k=-1}^{\infty} x[n-k^2]$ است. این سیستم

تغییر ... بازمان و ... است.

۱) بیزمان و پایدار ۲) نابیزمان و پایدار ۳) بیزمان و ناپایدار ۴) نابیزمان و ناپایدار

$$y[n] = \sum_{k=-1}^{\infty} x^1[n-k^2]$$

حطی ، حافظه دار ، TV ،
نایایدار ، علی

① ✓ ② ✗ → TV

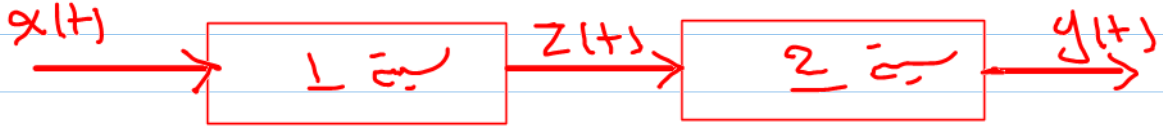
$$x[n] = A \rightarrow x[n-k^2] = A \rightarrow y[n] = \sum_{k=-1}^{\infty} A = A(\infty - (-1) + 1)$$
$$= A \times \infty = \infty$$

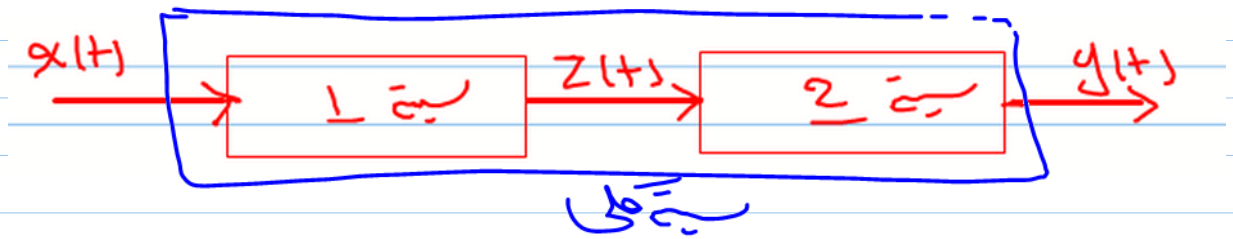
y	x
n	$n-k^2$; $k=-1 \rightarrow \infty$

$n \geq n-k^2$ ✓ علی

دکتری ۹۱ . در شکل زیر سیستم ۱ با ضابطه $y(t) = \frac{z(t)}{t} + 1$ و سیستم ۲ با ضابطه $z(t) = ty(t) + t^2$ داده شده است. در مورد سیستم کلی کدام گزاره نادرست است؟

۱) حطی ۲) بدون حافظه ۳) TV ۴) پایدار


x(t)
1 سيستم
z(t)
2 سيستم
y(t)



① $x(t) = \frac{z(t)}{t} + 1$ ② $y(t) = tz(t) + t^2$

$y(t) =$ بر حسب $x(t)$

① $tx(t) = z(t) + t \rightarrow$

$z(t) = tx(t) - t$

② $y(t) = t(tx(t) - t) + t^2 = t^2x(t) - t^2 + t^2$

سیستم کل $y(t) = t^2x(t)$

$y =$ سیستم $x'(t)$

خطی

بدون حافظه

TV

علی

ناوایدار

$t \geq t$ ✓

$x(t) = A \rightarrow y(t) = t^2 \times A$

$y(\infty) = \infty^2 \times A = \infty$