جلسه ۵: سیگنال و سیستم

۶) معکوس پذیری: اگر بتوان از روی خروجی سیستم، ورودی آن را به صورت منحصر به فرد تعیین کرد یعنی سیستم معکوس پذیر است.



مثال:



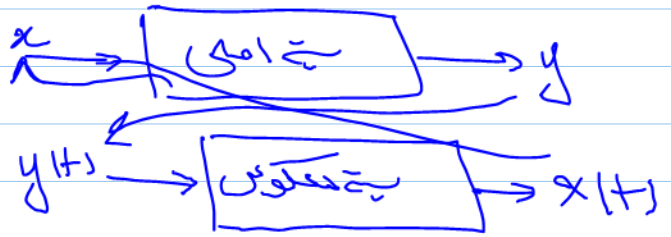
$20° \rightarrow T = 10\,Nm$



$100\,km/h \rightarrow$ دور موتور $= 3500$

$y(t) = \sin(t) \rightarrow x(t) = \cos(t)$

$y(t) = \sin(t) \rightarrow x(t) = \begin{cases} \cos(t) \\ \sin(t) \end{cases}$



بررسی معکوس پذیری:

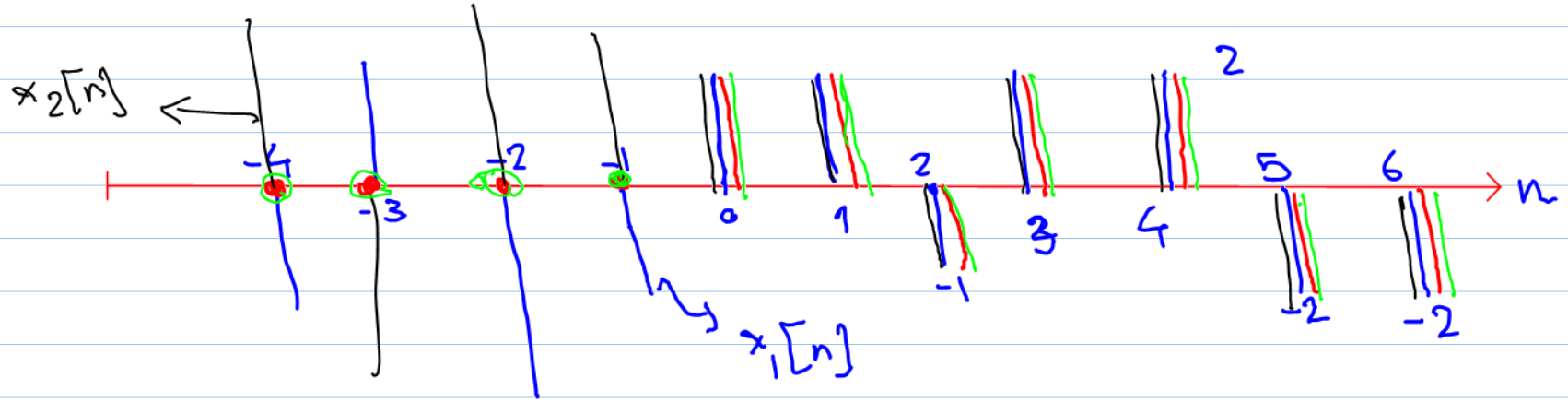
$$\begin{cases} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1(t) = y_2(t) \rightarrow x_1(t) = x_2(t) \\ y_1 \neq y_2 \rightarrow x_1 \neq x_2 \end{cases}$$

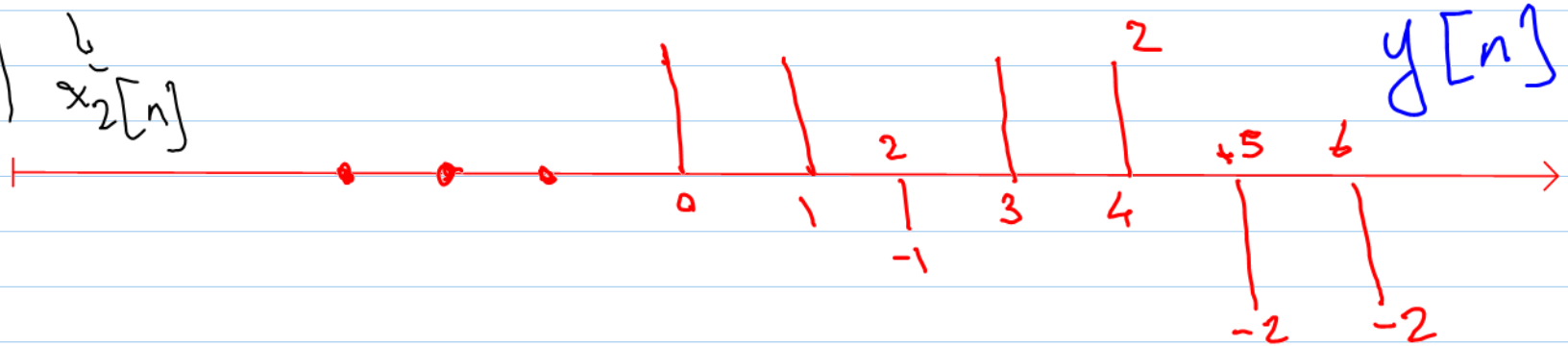
بررسی سلولی پذیری

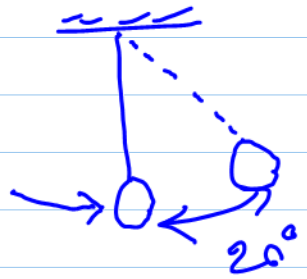
① ورودی در آن زمانها روی حرفی ارتباط باشد.

$$y[n] = \begin{cases} x[n] & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



$y[n] \longrightarrow \begin{cases} x_1[n] \\ \downarrow \\ x_2[n] \end{cases}$



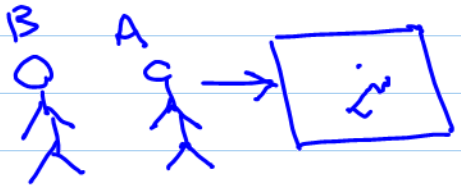


تمرین 3

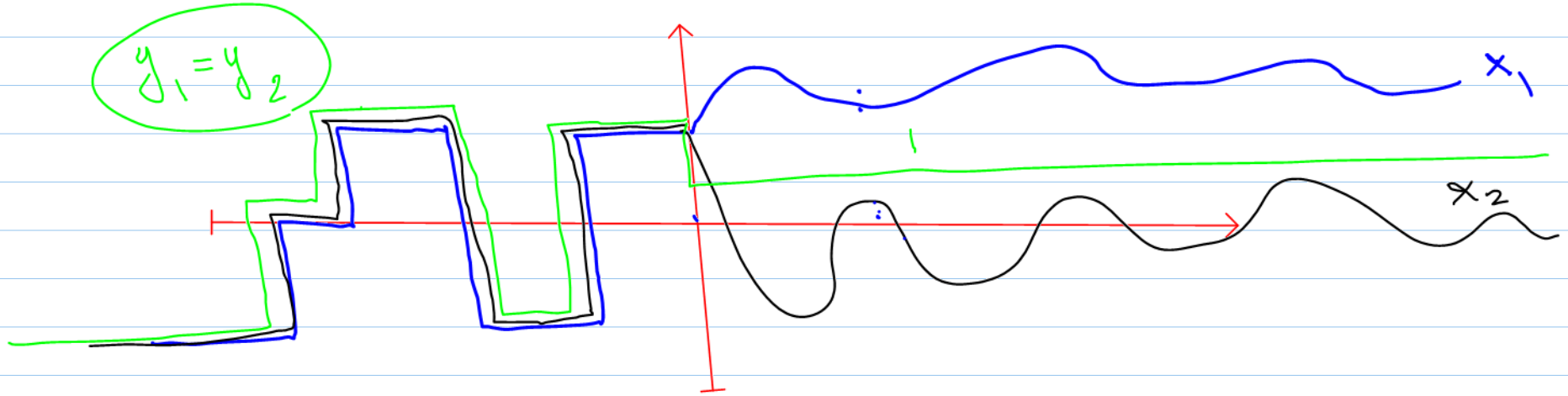
مرتبه اول $25°$

مرتبه دوم $0°$

مرتبه سوم $0°$



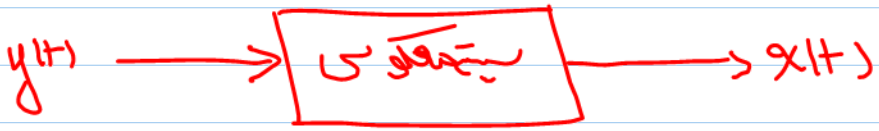
$$g(t_1) = \begin{cases} x(t) & t \le 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$



در زمانهای مثبت حرکت مستقل از ورودی است.

(2) $x(t)$ یا $x[n]$ را بتوان به صورت یک تابع بدون ابهام از y ها نوشت.

$$y(t) = x^2(t) \longrightarrow x(t) = +\sqrt{y(t)} \text{ یا } x(t) = -\sqrt{y(t)}$$



(10-

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & t \geq 1 \\ 1 & t < 1 \end{cases}$$

$t \quad , t \geq 1$

سیستم وارونپذیر

بررسی شرط اول:

خطی: جواب کامل x اگر بتوان کاملا را از صفر-تولید کرد شرط

(1) برقرار است.

2) $y[n] = x[3n]$

① : $3n \rightarrow 1$ — $3n =$ مضرب اعداد صحیح ۳ را تولید می‌کند

$n \neq 1/3$ — $n =$ عدد صحیح

3) $$y(t+1) = \begin{cases} x(t-1) & ; \ t \geq 1 \\ x(-t+1) & ; \ t < 1 \end{cases}$$

①
$$\begin{cases} t-1 & ; \ t \geq 1 \rightarrow (t-1) \geq 0 \rightarrow \text{اعداد مثبت را تولید می‌کند} \\ -t+1 & ; \ t < 1 \rightarrow (-t+1) > 0 \rightarrow \text{---} \end{cases}$$

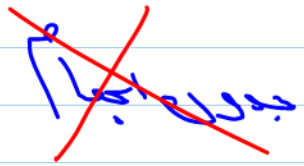
اعداد منفی با زوج شدن x تولید می‌شود

④ $y(t) = x^3(t+1)$

$-\infty < t < \infty$ — $-\infty < t+1 < \infty$

① $t+1$; $10.5 \rightarrow t = 9.5$ ✓

② $x(\underbrace{t+1}_{t'}) = \sqrt[3]{y(t)}$ $\quad t+1 = t' \rightarrow t = t'-1$

$$\boxed{x(t') = \sqrt[3]{y(t'-1)}} \rightarrow$$ 

$$\begin{cases} x_1(t+1) = e^{j\pi/3} \rightarrow y(t) = e^{j\pi} = -1 \\ x_2(t+1) = e^{-j\pi/3} \rightarrow y(t) = e^{-j\pi} = -1 \end{cases}$$

نکته: در سیگنال به دلیل کار در صفای فقط، هر چیز جلوی y برحسب x حکم ثابت را دارد. (غیر از $y = x(t)$)

$y(t) = x(t) + x^2(t)$ X

$y(t) = x(t) + x^3(t)$ X

$y(t) = x^3(t)$

برق ۱۱. سگنال سینوسی $y(t)=\frac{1}{2}x(4-2t)$ کدام است؟

1) $y(t)=x(2-t)$

2) $y(t)=x(t-2)$

3) $y(t)=2x(2-\frac{t}{2})$

4) $y(t)=2x(-2-\frac{t}{2})$

حل دانشجو

$$y(t) = \frac{1}{2}\, x(4-2t)$$

① $4-2t$; $\quad -\infty < t < \infty \rightarrow -\infty < 4-2t < \infty$ ✓

$2.5 \rightarrow \quad t = 3/4 \rightarrow \quad 4 - 2\times 3/4 = 2.5$

$-2 \quad t = 3 \rightarrow \quad 4 - 2\times 3 = -2$

②

$$2\,y(t) = x(\underbrace{4-2t}_{t'})$$

$t' = 4 - 2t$

$t = -\frac{t'}{2} + 2$

$$2\,y(-t'/2 + 2) = x(t')$$

$2y(2 - t'/2) \longrightarrow$ [سیستم] $\longrightarrow x(t')$ خروجی

t (t') خروجی در لحظه t = $2 \times$ ورودی در لحظه $(2 - t'/2)$ (t)

$y(t') = 2 \times x(2 - t'/2) \rightarrow \quad y(t) = 2\,x(2 - t/2)$

سوال ۴۰. رابطه ورودی - خروجی یک سیستم زمان گسسته به صورت $y[n]=x[n \bmod 27]$ است. در مورد این سیستم کدام گزینه نادرست است؟ (mod یعنی باقیمانده)

۱) علی ۲) خطی ۳) معکوس ناپذیر ۴) متغیر با زمان

$y[n] = x[n \bmod 27]$

* باقیمانده عدد a بر b برابر با عدی مثبت بین ۰ و b است.

$$\begin{array}{r|l} 26 & 27 \\ 27 & 1 \\ \hline (1) & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -28 & 27 \\ -27 & -1 \\ \hline (-1) & \end{array} \times \qquad \begin{array}{r|l} -28 & 27 \\ -54 & -2 \\ \hline (26) & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 27 \\ 0 & 0 \\ \hline (2) & \end{array}$$

$$0 \leq n \bmod 27 < 27$$

$y[n] = x[n \bmod 27]$

حتما؟ ✓

۳۷ یا I۲ ← روی n داخل * عملیات میزان تغییرات ← ۳۷

حافظه ← حافظه دار

n	$n \bmod 27$ X

$n \geq (n \bmod 27)$ X

غیرعلی

$n = -1 \rightarrow \quad -1 < 26$

معکوس پذیری ✗

پایداری ؟ ✓

① $0 \leq n \bmod 27 \leq 26$

$x[n] = A \qquad x[n \bmod 27] = A$

$y[n] = A < \infty$

برق ۸۶ . (با اندکی تغییر)

رابطه بین ورودی x و خروجی y در سیستم زیر داده شده است. کدام یک از گزینه‌ها درست است؟

۱) هر ۲ ۲) فقط ۱ و 2 ۳) فقط ۱ و 3

۴) فقط 2 و 3

پاسخ ۱: $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$

2 سـ : $y[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) x[n]$

3 سـ : $y(t) = \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) x(t)$

1) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$

① k : $-\infty < k \le n$ → $-\infty \le k \le n$

$k \le n$ $\quad$ $n: -\infty \to \infty$ $\quad$ $-\infty \le k \le n \le \infty$ ✓

1000 → $k \le 1000$ → $k = 1000$

② $x[n] =$ برعکس y

$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau \longrightarrow \frac{dy(t)}{dt} = x(t)$

$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \longrightarrow y[n] - y[n-1] = x[n]$

$x[n] = y[n] - y[n-1]$

$\frac{1}{a}$ ✓

سیستم سکوس پذیر.

2) $y[n] = \cos(\frac{\pi}{3} n)\, x[n]$

3) $y(t) = \cos(\frac{\pi}{3} t)\, x(t)$

① t : ✓ ② $x(t) = \frac{y(t)}{\cos(\frac{\pi}{3} t)}$ ✗

$t = \frac{3}{2} \rightarrow x(t) = \frac{y(3/2)}{\cos(\frac{\pi}{3} \times \frac{3}{2})}$

$x(\frac{3}{2}) = \frac{y(3/2)}{0} = \frac{\text{عدد}}{0} \rightarrow$ [illegible]

2) $y[n] = \cos(\frac{\pi}{3} n)\, x[n]$

① n ✓ ② $x[n] = \frac{y[n]}{\cos(\frac{\pi}{3} n)}$ ✓

$\frac{\pi}{3} n = \frac{\pi}{2} \rightarrow n = \frac{3}{2}$ ✗ n: [illegible]

$\frac{\pi}{3}n = \frac{3\pi}{2} \rightarrow n = \frac{9}{2}$ X

بدلیل صحیح بودن n حذف می‌شود $\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

ادامه سوال در پذیرای جلسه آینده