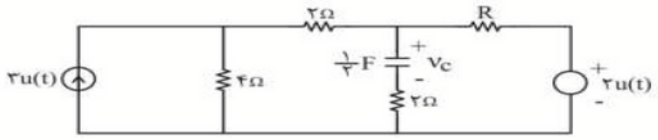
کنکور ارشد ۹۷

۴۶- مدار زیر با ولتاژ اولیهٔ $v_c(0^-) = 4V$ خازن شروع به‌کار می‌کند. به ازای کدام مقدار از R، انرژی خازن ثابت می‌ماند؟



۱) $\frac{3}{4}$
۲) $\frac{3}{2}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) $\frac{4}{3}$

درجه سختی: راحت

موضوع سوال: مدارهای مرتبه اول - شارژ و شارژ

حل تشریحی:

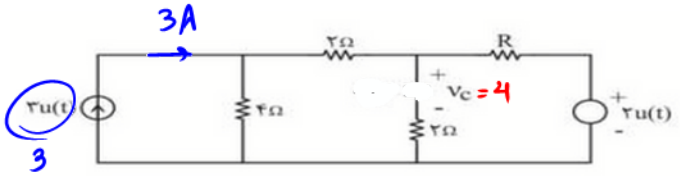
انرژی خازن ثابت بماند ← ولتاژ خازن ثابت

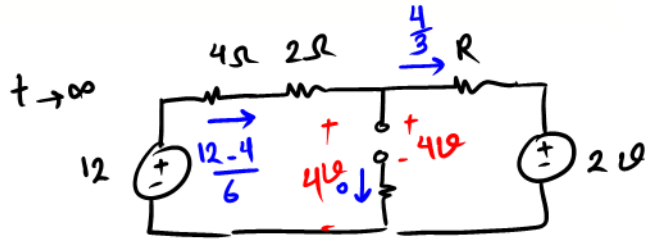
← شارژ و شارژ نشود
← حالت گذار نداشته باشد.

v_c ← انرژی خازن
i_L ← انرژی سلف

$v_c(0^-) = v_c(0^+) = 4V$

→ باید $v_c(\infty) = 4V$

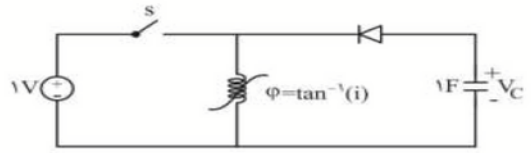




KVL: $-12 + 6(\frac{4}{3}) + \frac{4}{3}R + 2 = 0$

$\frac{4}{3}R = 2 \to R = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

۴۷- در مدار زیر کلید s در $t=0$ بسته و در $t=\frac{\pi}{4}[s]$ باز می‌شود. ولتاژ نهایی خازن چند ولت خواهد بود؟ (همهٔ عناصر ایدئال هستند.)



۱) $-\sqrt{\frac{1}{2}\text{Ln}(2)}$

۲) $-\text{Ln}(2)$

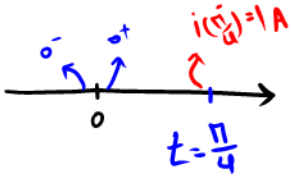
۳) $-\sqrt{\text{Ln}(2)}$

۴) $-\frac{1}{2}\text{Ln}(2)$

درجه سختی: سخت

موضوع سوال: ۲ گذرا زنی - سلف غیرخطی

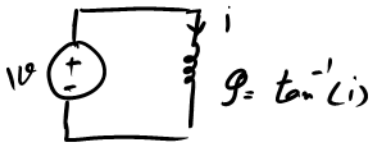
حل تشریحی:



تحلیل ۰ ← $i_L(0^-)=0=i_L(0^+)$

$v_c(0^-)=0=v_c(0^+)$

$0<t<\frac{\pi}{4}$ D: off



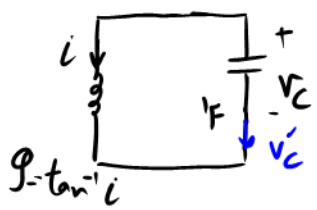
$v=\frac{d\varphi}{dt}=\frac{d}{dt}\tan^{-1}(i)=\frac{i'}{1+i^2}=1$

$\frac{\frac{di}{dt}}{1+i^2}=1 \xrightarrow{\text{جداسازی}} \frac{di}{1+i^2}=dt \xrightarrow{\int}$

$\tan^{-1}i=t+C \xrightarrow{i(0)=0} C=0 \Rightarrow 0<t<\frac{\pi}{4}\quad i=\tan t$

$t=\frac{\pi}{4} \rightarrow i(\frac{\pi}{4})=1A$

$t>\frac{\pi}{4}$ D: on



$\begin{cases} v_c(\frac{\pi}{4})=0 \\ i_L(\frac{\pi}{4})=1 \end{cases}$

$v_c=v_L$

$\begin{cases} v_L=\frac{d\varphi}{dt}=\frac{i'}{1+i^2} \\ i=-v_c' \end{cases}$

$v_c=\frac{-v_c''}{1+v_c'^2}$

معادله غیرخطی درجه ۲ ناقد جواب مستقل

معادله دیفرانسیل مرتبه ۲ غیرخطی فاقد متغیر مستقل (t)

$$-\frac{v_c''}{1+v_c'^2} = v_c$$

$$v_c' = p \rightarrow v_c'' = \frac{dp}{dt} = \frac{dp}{dv_c} \times \frac{dv_c}{dt} = p\frac{dp}{dv_c} \xrightarrow{\text{in ODE}}$$

$$-\frac{p\frac{dp}{dv_c}}{1+p^2} = v_c \rightarrow \frac{-p}{1+p^2}dp = v_c\,dv_c \xrightarrow{\int} \frac{1}{2}\ln(1+p^2) + \frac{1}{2}v_c^2 = c$$

$$\times 2 \rightarrow \ln(1+p^2) + v_c^2 = c \xrightarrow{e} (1+p^2) = e^{-v_c^2+c} \rightarrow 1+p^2 = ke^{-v_c^2}$$

$$\underbrace{v_c' = p(0) = 1}_{v_c(\frac{\pi}{4}) = 0} \quad 1+1^2 = ke^0 \rightarrow k = 2 \Rightarrow 1+v_c'^2 = 2e^{-v_c^2}$$

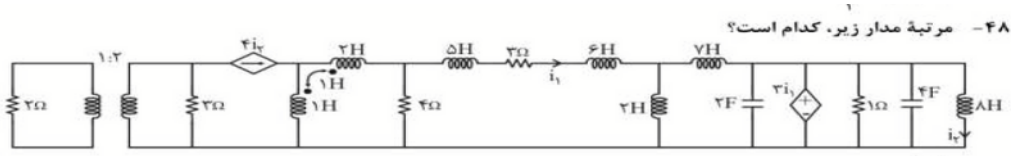
$$v_c(\infty) \xrightarrow{t=\infty} 1 + \underbrace{v_c'(\infty)}_{0} = 2e^{-v_c^2(\infty)}$$

حالت ماندگار

$$\frac{1}{2} = e^{-v_c^2(\infty)} \xrightarrow{\ln}$$

$$-\ln 2 = -v_c^2(\infty) \rightarrow \boxed{v_c(\infty) = \pm\sqrt{\ln 2}}$$

۴۸- مرتبهٔ مدار زیر، کدام است؟

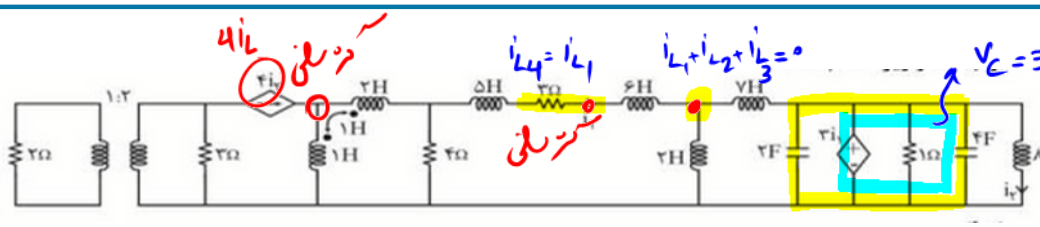


۱) ۴
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۶

درجه سختی: راحت

موضوع سوال: مرتبه مدار

حل تشریحی:



$V_C = 3i_1 \rightarrow V_C = 3i_L$ وابستگی

$i_{L4} = i_{L1}$ شرکت‌پذیری

$i_{L4} + i_{L2} + i_{L3} = 0$

$4i_L$ شرکت‌پذیری

$f(V_C, i_L, k)$

حالت خازنی

تعداد خازن + تعداد سلف − (وابستگی‌های متغیرهای حالت)

2 + 7 − 5

9 − 5 = 4

✓ مدار این مدل، سلف ندارد.

راحت صحبت هم پاسخی

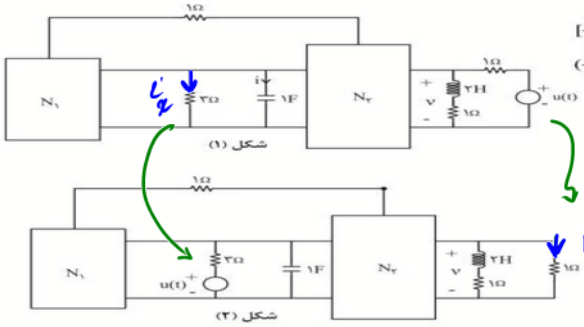
۴۹- در مدار زیر N_1 و N_2 از المان‌های خطی و تامتغیر با زمان و یا ترانسفورمرهای ایدئال تشکیل شده و جریان حالت صفر $i(t)$ در شکل (۱) برابر $i = u(t).(2e^{-t} - e^{-2t})$ است. در مدار شکل (۲) ولتاژ حالت صفر V برابر کدام است؟

۱) $[\frac{1}{2} - \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-2t}]u(t)$ ✓

۲) $(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-2t})u(t)$

۳) $(-\frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-2t})u(t)$

۴) $(2e^{-t} - e^{-2t})u(t)$



شکل (۱)

شکل (۲)

$i_y \rightarrow V = i_y \times 1$

$i = \frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2}$

$i_x = (i \times \frac{1}{s}) \times \frac{1}{3} \rightarrow i_x = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{s(s+1)} - \frac{1}{s(s+2)}\right)$

$H_1 = \frac{i_x}{V_s} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2}\right)$

هم پاسخی $\Rightarrow H_1 = H_2 \Rightarrow$

$H_2 = \frac{i_y}{V_s} = s\, i_y$

$= s\, i_y = \frac{2/3}{s+1} - \frac{1/3}{s+2} \rightarrow V = i_y = \frac{2/3}{s(s+1)} - \frac{1/3}{s(s+2)}$

$V = i_y = \frac{2/3}{s} + \frac{-2/3}{s+1} - \left(\frac{1/6}{s} + \frac{-1/6}{s+2}\right)$

$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} V = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-2t}\right)u(t)$

۵۰- در شبکهٔ خطی زیر، به ازای $v_{in}(t)=(e^{-t}+e^{-2t})u(t)$ و یک دسته شرایط اولیهٔ معین، داریم $v_o(t)=[2e^{-t}+2e^{-2t}+2e^{-3t}+e^{-4t})u(t)$. اگر شرایط اولیه دو برابر شوند و منبع $v_{in}(t)$ ثابت باشد، آنگاه $v_o(t)=[3e^{-t}+2e^{-2t}+2e^{-3t}+2e^{-4t})u(t)$. کدام گزینه ممکن است فرکانس طبیعی مدار نباشد؟

۱) $s=-4$
۲) $s=-3$
۳) $s=-2$
۴) $s=-1$



درجه سختی: متوسط

موضوع سوال: پاسخ حالت صفر و ورودی صفر

حل تشریحی:

$$\begin{cases} v_{o_1} = v_s + v_i = 2e^{-t} + 2e^{-2t} + 2e^{-3t} + e^{-4t} \\ v_{o_2} = v_s + 2v_i = 3e^{-t} + 2e^{-2t} + 2e^{-3t} + 2e^{-4t} \end{cases}$$

فرکانس طبیعی ← فرکانس طبیعی

پاسخ ورودی صفر $v_i = e^{-t} + e^{-4t} \rightarrow$ اثر شرایط اولیه

حتما $s=-1$ و $s=-4$ فرکانس طبیعی

بعضی وقت‌ها شرایط اولیه به گونه‌ای است که یک فرکانس طبیعی در پاسخ ظاهر نمی‌شود.

می‌دانیم $s=-2$ یا $s=-3$ فرکانس بوده که ظاهر نشده است.

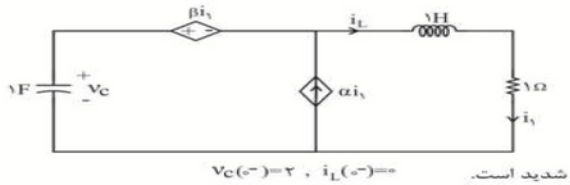
کدام

از آنجایی که $s=-2$ و $s=-1$ فرکانس ورودی بوده‌است پس در پاسخ مدار e^{-3t} مربوط به فرکانس طبیعی است

$s=-3$ فرکانس طبیعی است

$\Leftarrow$ $s=-2$ می‌تواند فرکانس طبیعی مدار نباشد و مربوط به ورودی است.

۵۱- در مدار زیر، کدام گزینه صحیح نیست؟



۱) با انتخاب $\beta = -1 - 2\sqrt{\alpha - 1}$ پاسخ میرائی شدید است.
۲) با انتخاب $\beta = -1 + 2\sqrt{\alpha - 1}$ پاسخ میرائی بحرانی است.
۳) با انتخاب $\alpha = \frac{5}{4}$ و $\beta = -1$ پاسخ نوسانی است.
۴) با انتخاب $\alpha = 10$ و $\beta = -1$ پاسخ نوسانی است.

گزینه ۱، ۳ و ۴ صحیح است و سوال ایراد دارد.

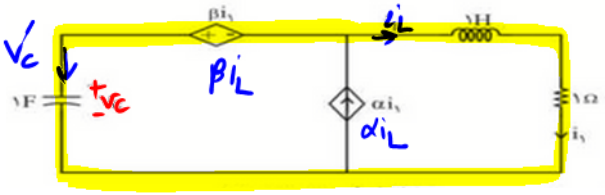
درجه سختی: راحت

موضوع سوال: مدار مرتبه ۲ ـ فرم پاسخ ← فرکانس طبیعی

حل تشریحی:

محاسبه فرکانس طبیعی
↳ منابع مستقل
↳ شرایط اولیه در لحظه‌ی کلیدزنی
↳ i_L یا v_C

حوزه زمان
حوزه لاپلاس



$$KVL: \quad -v_C + \beta i_L + i'_L + i'_L = 0 \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad i'_L = \alpha i_L - v'_C \Rightarrow v'_C = (\alpha - 1) i_L \qquad (2)$$

(۲) در متن (۱) قرار دهیم

منبع مستقل نداشتیم

$$(1-\alpha) i_L + \beta i'_L + i''_L + i'_L = 0 \rightarrow i''_L + (\beta+1) i'_L + (1-\alpha) i_L = 0$$

ریشه‌ها این فرکانس طبیعی است $\rightarrow s^2 + (\beta+1)s + (1-\alpha) = 0$

(۱) $\rightarrow s^2 + \left(-2\sqrt{\alpha-1}\right)s + (1-\alpha) = 0 \rightarrow \Delta = 4(\alpha-1) - 4(1-\alpha) = 0$

$\Delta > 0 \rightarrow$ میرای شدید s_1, s_2
$\Delta = 0 \rightarrow$ میرای بحرانی $s_1 = s_2$
$\Delta < 0 \rightarrow$ میرای ضعیف $s_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$
$\alpha = 0 \rightarrow$ ناپایدار نوسانی ← ضریب s هم علامت $s_{1,2} = \pm j\beta$

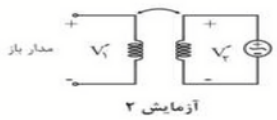
(۱) میرای بحرانی ← گزینه ۱ غلط

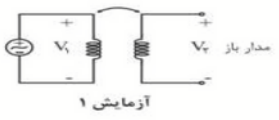
(۲) $\rightarrow \beta = -1 + 2\sqrt{\alpha-1}$ گزینه ۲ صحیح است

(۳) $\beta = -1, \alpha = \frac{5}{4} \rightarrow s^2 + 0s + \left(1 - \frac{5}{4}\right) = 0 \rightarrow$ هم علامت ثابت ← نوسانی ← ۳ غلط

(۴) $\beta = -1, \alpha = 10 \rightarrow s^2 + 0s + (1-10) = 0 \rightarrow$ ضرایب هم علامت ثابت ← نوسانی
← گزینه ۴ غلط

۵۲- یک جفت سلف تزویجی در اختیار داریم. برای اندازه‌گیری ضریب تزویج k دو آزمایش زیر را انجام داده‌ایم. رابطهٔ k با ولتاژهای اندازه‌گیری شده، کدام است؟ (مقادیر اندوکتانس سلف‌ها مجهول است)
(مدارها در حالت دائمی سینوسی با فرکانس یکسان ω هستند)





۱) $k = |\frac{V_2}{V_1}| \times |\frac{V'_1}{V'_2}|$

۲) $k = \sqrt{|\frac{V_2}{V_1}| \times |\frac{V'_1}{V'_2}|}$ ✓

۳) $k = (|\frac{V_2}{V_1}| \times |\frac{V'_1}{V'_2}|)^2$

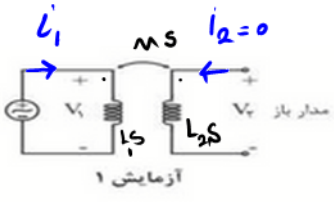
۴) $k = |\frac{V_2}{V_1}| \times |\frac{V'_2}{V'_1}|$

درجه سختی: راحت

موضوع سوال: تزویج

حل تشریحی:

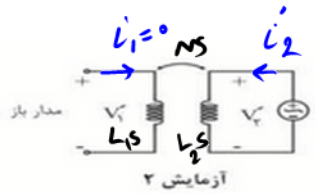
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$



$$V_1 = L_1 S i_1 + MS \times 0 \rightarrow V_1 = L_1 S i_1$$

$$V_2 = L_2 S \times 0 + MS i_1 \rightarrow V_2 = MS i_1$$

$$\rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{L_1}{M} \quad L_1 = M \frac{V_1}{V_2}$$



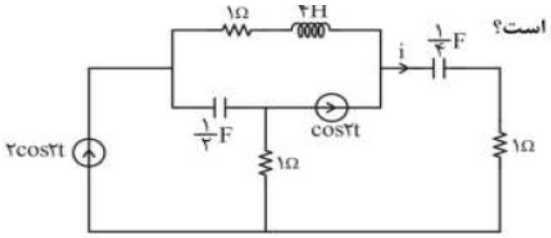
$$V'_2 = L_2 S i'_2 + 0 \times MS$$

$$V'_1 = L_1 S \times 0 + MS i'_2 \rightarrow \frac{V'_2}{V'_1} = \frac{L_2}{M}$$

$$L_2 = M \frac{V'_2}{V'_1}$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{M}{\sqrt{M \frac{V_1}{V_2} \times M \frac{V'_2}{V'_1}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{V_1}{V_2} \times \frac{V'_2}{V'_1}}} = \sqrt{\frac{V_2 \times V'_1}{V'_2 \times V_1}}$$

۵۳- در مدار زیر، جریان i در حالت دائمی سینوسی، کدام است؟



۱) $5\sin(2t+53^\circ)$
۲) $5\sin 2t$
۳) $5\cos 2t$
۴) $\cos 2t$ ✓

درجه سختی: راحت

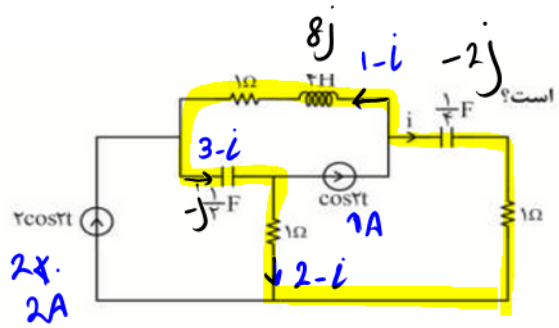
موضوع سوال: تحلیل حالت دائمی سینوسی

حل تشریحی:

منبع → $\omega = 2\frac{rad}{s}$

$-11-$: $\frac{-j}{\omega c} = \frac{-j}{2c}$

معادل : $j\omega L = j2L$



KVL: $8j(1-i) + 1-i - j(3-i) + 2-i - i + 2j \times i = 0$

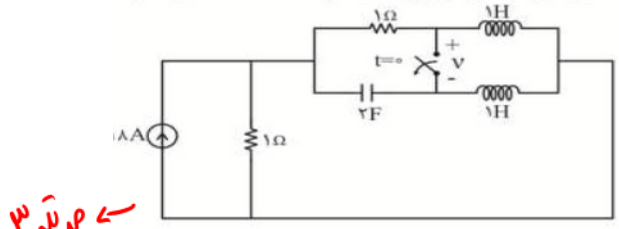
$5j+3 + I(-5j-3) = 0 \rightarrow I = \frac{5j+3}{5j+3} = 1\angle 0$

Phasor

$I = 1\cos(2t+0)$

۵۴- در مدار زیر، کلید پس‌از مدت‌ها بسته بودن در $t=0$ باز می‌شود. ولتاژ روی کلید در لحظهٔ $t=0^+$، چند ولت است؟

۱) ۱
۲) ۴/۵
۳) ۷/۵
۴) ۹

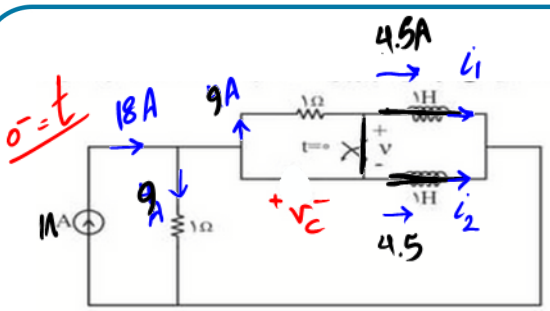


← صورتیه ۳

درجه سختی: راحت

موضوع سوال: تحلیل زمان 0^+

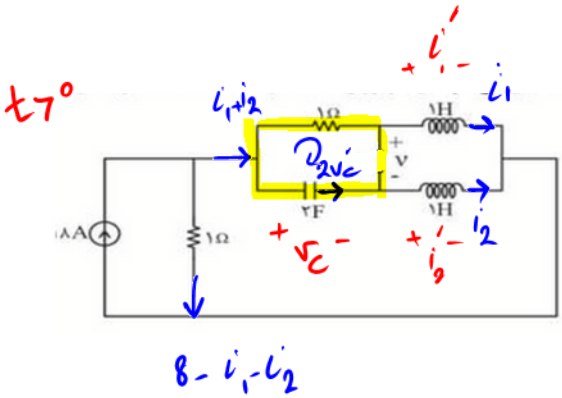
حل تشریحی:



$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 9$ V

$i_1(0^+) = i_1(0^-) = 4.5$

$i_2(0^+) = i_2(0^-) = 4.5$

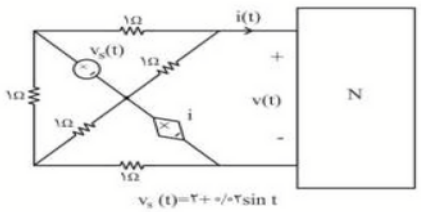


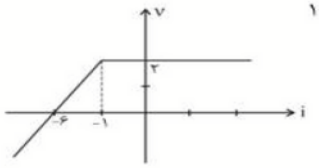
KVL: $i_1 + v - v_c = 0 \xrightarrow{0^+} 4.5 + v(0^+) - 9 = 0$

$v(0^+) = 4.5$ V

۵۵- با توجه به مشخصهٔ $v-i$ داده شده برای یک قطبی مقاومتی N، مقدار $i(t)$ در مدار زیر کدام است؟

۱) $2-0.02\sin t$
۲) $1-0.01\sin t$
۳) -2
۴) 2

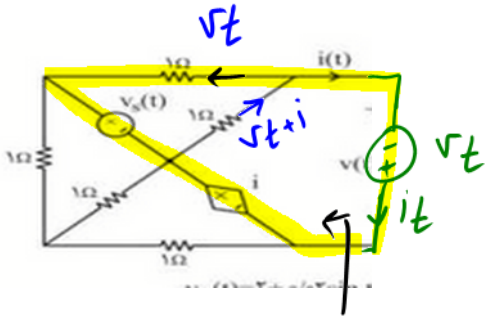




درجه سختی: راحت

موضوع سوال: مدار غیرخطی مقاومتی

حل تشریحی:

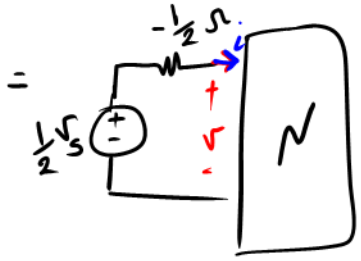


$v_t = \alpha i_t + \beta$

$v_t + v_t + v_s + i_t = 0$

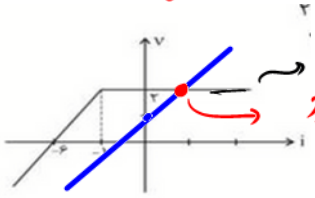
$v_t = -\frac{1}{2} i_t - \frac{1}{2} v_s$

R_{th} , v_{th}



$v_s = 2 + 0.02\sin t$

DC , ac



$v=2 \rightarrow i=2A$

نقطه کار DC

باضعج DC : $-1 - \frac{1}{2} i + v = 0 \rightarrow v = \frac{1}{2} i + 1$

ابتدا غیرخطی را حول نقطه کار خطی می‌کنیم

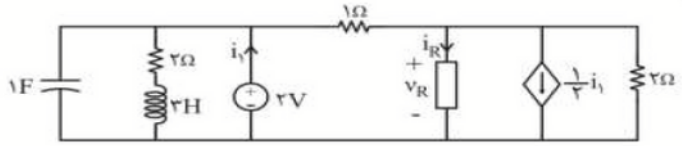
$\frac{\partial v}{\partial i} = R$ خطی $\rightarrow$ $v=2$

$\frac{\partial v}{\partial i} = 0 \rightarrow$ معادل اتصال کوتاه



$i(t) = i_{DC} + i_{ac} = 2 - 0.02\sin t$

۵۶- در مدار زیر، جریان مقاومت غیرخطی $V_R = -\frac{1}{2}i_R^3$، چند آمپر است؟



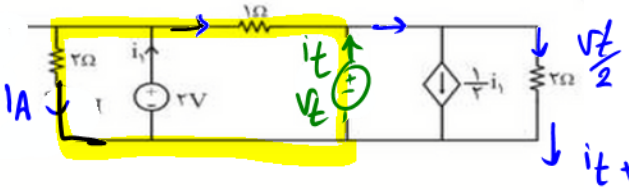
۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۱ ✓
۴) ۲

درجه سختی: راحت

موضوع سوال: مدار غیرخطی

حل تشریحی:

منظور سوال در حالت ماندگار $\equiv$ S.C $\equiv$ —— ، —||— $\equiv$ O.C



$V_t = 0\,i_t + 0$

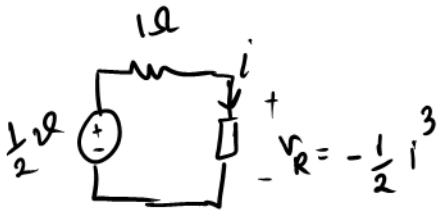
KVL $V_t = 1-i_1+2 = 3-i_1$

$\rightarrow 2V_t = 2i_t + 1$

$\rightarrow \frac{V_t}{2} = i_t + \frac{1}{2}i_1 - 1 \longrightarrow V_t = 2i_t + i_1 - 2$

$V_t = 0\,i_t + \frac{1}{2}$

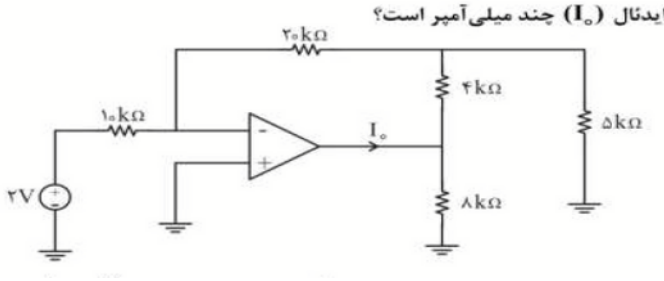
R_{th} V_{th}



$$\begin{cases} v_R = -\frac{1}{2}i^3 \\ -\frac{1}{2} + i + v_R = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2}i^3 - i + \frac{1}{2} = 0$$

$i = 1\,A$

۵۷- در مدار زیر، جریان خروجی آپ امپ ایدئال (I_o) چند میلی‌آمپر است؟

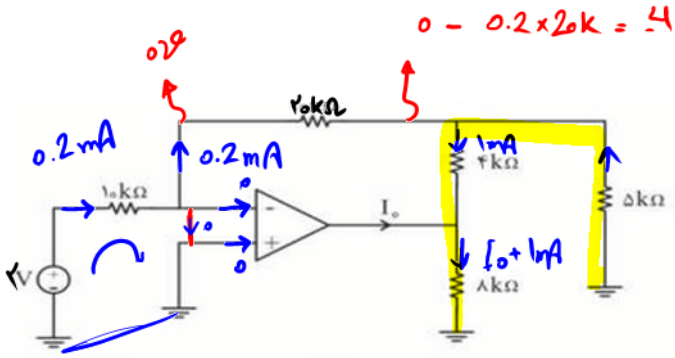


۱) ۵-
۲) ۲-
۳) ۲
۴) ۵

درجه سختی: راحت

موضوع سوال: آپ امپ + مدار مقاومتی

حل تشریحی:



$0 - 0.2 \times 20k = -4V$

$\frac{4}{5} = 0.8mA$

$5 \times 0.8 + 4 + (I_o + 1)8k = 0$

$I_o + 1 = \frac{16}{8} \rightarrow I_o = 1mA$

۵۸- اگر پاسخ حالت صفر یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان به ورودی $te^{-t}u(t)$، به‌صورت $(e^{-t}-e^{-2t})u(t)$ باشد، پاسخ ضربهٔ این مدار کدام است؟

۱) $h(t)=-e^{-2t}u(t)$

۲) $h(t)=-e^{-2t}u(t)+\delta'(t)$

۳) $h(t)=2e^{-2t}u(t)-\delta(t)$

۴) $h(t)=-e^{-2t}u(t)+\delta(t)$

تابع شبکه

درجه سختی: راحت

موضوع سوال: تابع شبکه

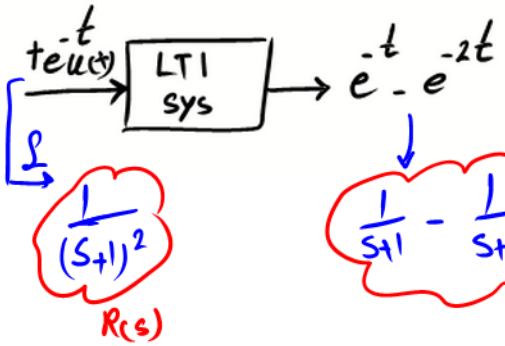
حل تشریحی:



$tu(t) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} u(t)+t\delta(t)=u(t)$ (عدد اول)

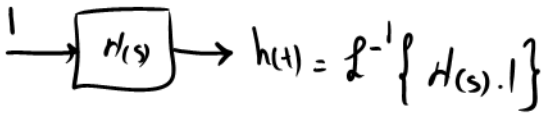


نکته: با عملیات حفظی (مشتق آنتگرال، A برابر) $te^{-t}u(t)$ ارتباطی به $\delta(t)$ پیدا نمی‌کند. پس تابع شبکه را محاسبه می‌کنیم



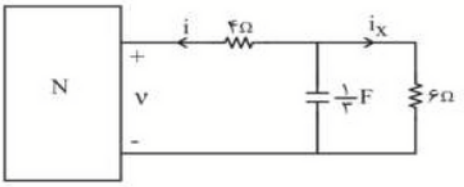
$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{1}{(s+1)(s+2)} \Rightarrow H(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{(s+1)^2}{(s+1)(s+2)}$$

$$H(s)=\frac{s+1}{s+2}=\frac{(s+2)-1}{s+2}=1-\frac{1}{s+2}$$



$$\rightarrow h(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{1-\frac{1}{s+2}\right\}=\delta(t)-e^{-2t}u(t)$$

۵۹- مشخصهٔ ولتاژ ـ جریان شبکهٔ N زیر به‌صورت $V(t)=2i+\begin{cases}2 & t\geq 0\\ 4 & t<0\end{cases}$ است. جریان $i_x(t)$ در مدار کدام است؟



۱) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}e^{-\frac{t}{4}}$

۲) $-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}e^{-t}$

۳) $-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}e^{-\frac{t}{4}}$

۴) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}e^{-t}$

درجه سختی: متوسط

موضوع سوال: رابطه تقادلی + مرتبه اول

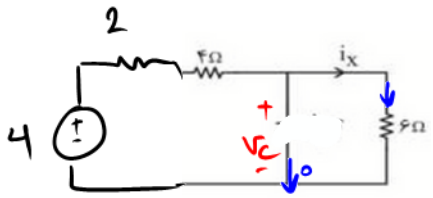
حل تشریحی:

$t<0 \quad V=2i+4 \rightarrow R_{th}=2,\ V_{th}=4$

$t>0 \quad V=2i+2 \rightarrow R_{th}=2,\ V_{th}=2$

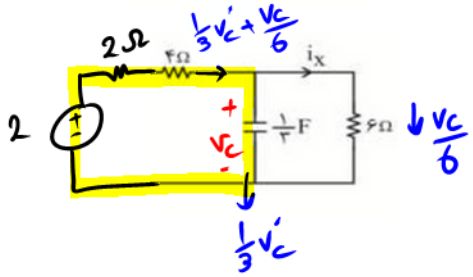
روش اول (سریعی)

تحلیل ۰



$v_c(0^-)=v_c(0^+)=4\frac{6}{6+(2+4)}=2$

تحلیل $t>0$



KVL: $-2+6\left(\frac{1}{3}v_c'+\frac{v_c}{6}\right)+v_c=0$

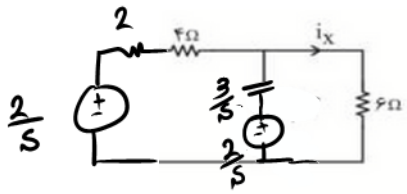
$2v_c'+2v_c=2 \rightarrow v_c'+v_c=1$

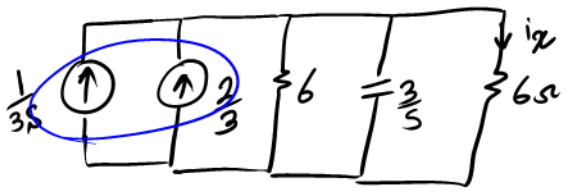
$s+1=0 \rightarrow s=-1$

$v_c(t)=Ae^{-t}+\frac{1}{0+1} \xrightarrow{v_c(0)=2} 2=A+1 \rightarrow A=1$

$t>0 \quad v_c(t)=e^{-t}+1 \rightarrow i_x=\frac{1}{6}e^{-t}+\frac{1}{6}$

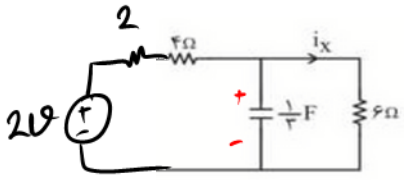
روش دوم : لاپلاس





$$I'_x = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3s}\right) \frac{6 \parallel \frac{3}{5}}{6 \parallel \frac{3}{5} + 6} \xrightarrow{\mathcal{L}} i_x(t)$$

روش تستی :



حالت ∞ $\quad I'_x = \frac{2}{6+6} = \frac{1}{6}$ → گزینه ۲ و ۳ غلط

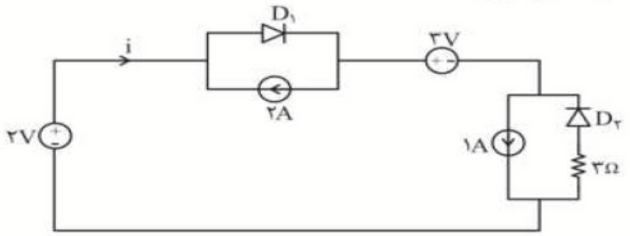
$\tau = RC \rightarrow \tau = (6 \parallel 6) \times \frac{1}{3} = 1s$

$s = -1$ ← گزینه ۱ غلط

فقط گزینه ۴ صحیح است .

۶۰- در مدار زیر، جریان i چند آمپر است؟ (دیودها را ایدئال فرض کنید)

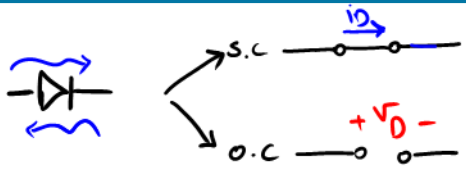
۱) -۲
۲) -۱
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) ۱



درجه سختی: راحت

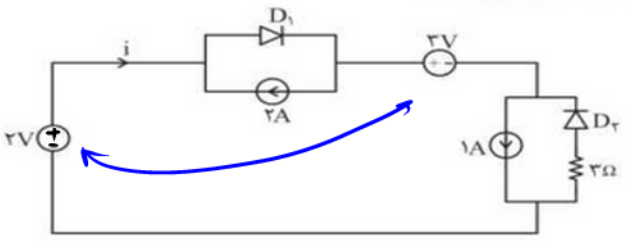
موضوع سوال: تحلیل DC مقاومتی + دیود

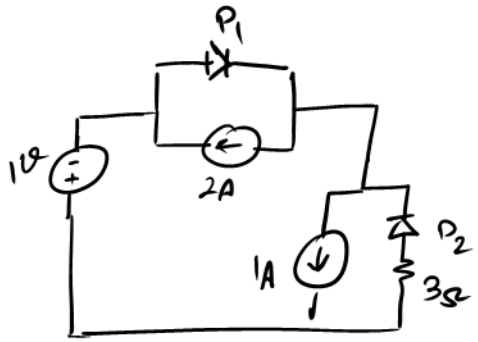
حل تشریحی:



$i_D > 0$

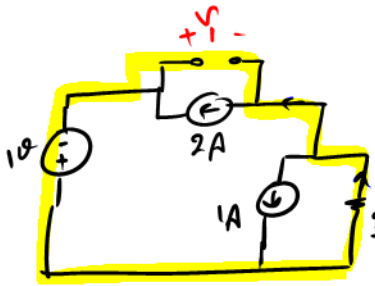
$v_D < 0$





فرض D_2: on

فرض D_1: off

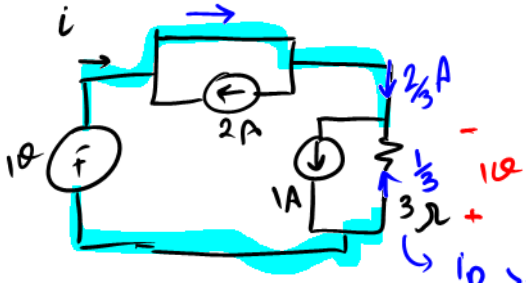


$i_2 = 3A \rightarrow D_2$: on ✓

$3 \times 3 - v_1 - 1 = 0 \rightarrow v_{D_1} = 8 > 0$ ✗

فرض خاموش بودن غلط است

$2 + \frac{2}{3} A > 0 \rightarrow D_1$: on ✓



$i = (2 + \frac{2}{3}) - 2 = \frac{2}{3} A$

$i_{D_2} > 0 \rightarrow D_2$: on ✓

درجه سختی:

موضوع سوال:

حل تشریحی:

درجه سختی:

موضوع سوال:

حل تشریحی: