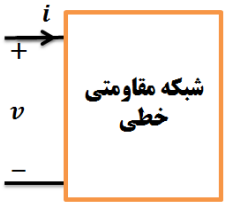
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

فصل سوم:رابطه تعادلی

در این فصل به بررسی رابطه تعادلی، قضیه تونن و نورتن، و حالات مختلف آن، قواعد ساده‌سازی مدار، قضیه جمع آثار، جعبه سیاه و شبکه های نامتناهی میپردازیم.

رابطه تعادلی برای مدارات مقاومتی خطی

شبکه مقاومتی خطی (متشکل از مقاومت، منابع مستقل و وابسته) زیر را در نظر بگیرید که رابطه ولتاژ و جریانش به صورت زیر است:



$$v = f(i) \rightarrow v = \alpha i + \beta$$

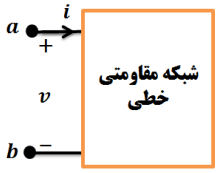
$$i = g(v) \rightarrow i = kv + m$$

رابطه تعادلی

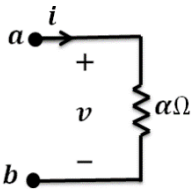
رابطه تعادلی شناسنامه مدار مقاومتی خطی است.

حالات مختلف برای رابطه تعادلی

حالت ۱:



$v = \alpha i + \beta \xrightarrow{\beta = 0} v = \alpha i$



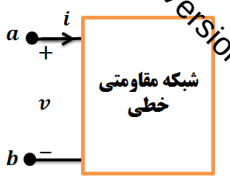
در این حالت شبکه، تنها معادل یک مقاومت α اهمی است.

سوال: استاد!!! یعنی داخل شبکه، یک مقاومت α اهمی است؟

جواب: خیر لزوما این طور نیست ممکن است شامل منابع مستقل و مقاومت های متفاوتی بوده که جمع اثر آن ها معادل مقاومت α اهمی شده است.

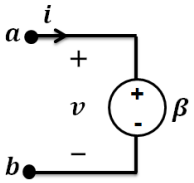
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

حالت ۲:



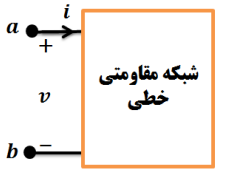
$v = \alpha i + \beta$

$\alpha = 0 \Rightarrow v = \beta$



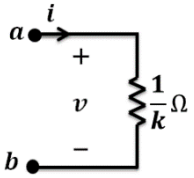
در این حالت، شبکه تنها معادل یک منبع ولتاژ β ولتی است.

حالت ۳:



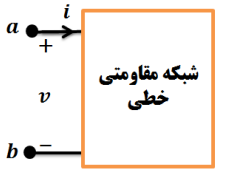
$i = kv + m$

$m = 0 \Rightarrow i = kv$



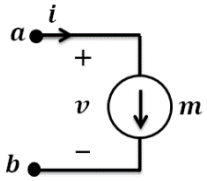
در این حالت، شبکه تنها معادل یک مقاومت $^{1}/_{k}$ اهمی است.

حالت ۴:



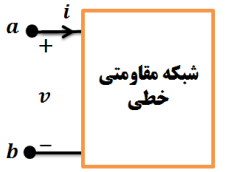
$i = kv + m$

$k = 0 \Rightarrow i = m$



در این حالت شبکه، تنها معادل با یک منبع جریان m آمپر است.

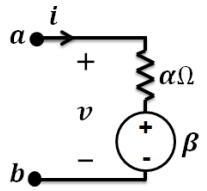
حالت ۵:



$v = \alpha i + \beta$

$\alpha \neq 0$

$\beta \neq 0$



KVL: $v = \alpha i + \beta$

در این حالت، شبکه معادل یک مقاومت α اهمی و منبع ولتاژ β ولتی سری با آن است.

نکته: لزوما در شکل اصلی مبانی منبع ولتاژ باشد می‌تواند شامل منبع جریان باشد و معادل آن مداریت راست است.

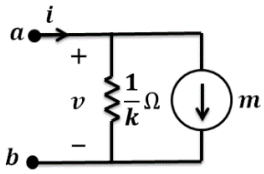
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

حالت ۶:



$m \neq 0$

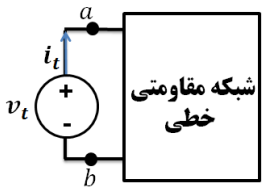
$k \neq 0$

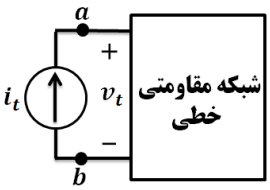


در این حالت، شبکه معادل یک مقاومت $^{1}/_{k}$ اهمی و منبع جریان m آمپر موازی با آن است.

محاسبه رابطه تعادلی

ابتدا دوسر پورت خواسته شده، یک منبع تست (منبع ولتاژ یا جریان) قرار داده، به طوری که جریان از سر مثبت خارج و به شبکه وارد شود. سپس با روش های تحلیل مدار، رابطه بین v_t و i_t منبع تست را بدست می‌آوریم.





نکات مهم:

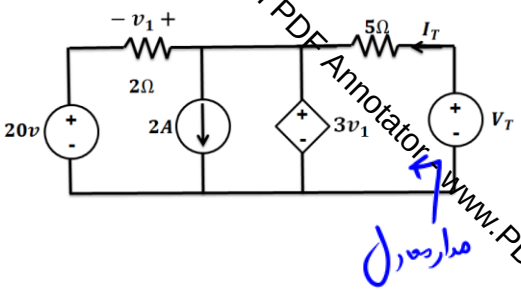
نکته ۱: رابطه تعادلی از هر پورت با پورت دیگر، به غیر از حالت خاص، الزاما برابر نیست و از هر پورت مدار یک رابطه تعادلی دیده می شود.

نکته ۲: اگر رابطه تعادلی را از دید یک المان در مدار بخواهیم ، المان مورد نظر را باز نموده و به جای آن، منبع تست قرار می‌دهیم.

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات چهارگزینه ای

مثال ۳-۱) در مدار روبه‌رو رابطه V_T و I_T کدام است؟(V_T بر حسب ولت و I_T بر حسب آمپر است.) (اتوماسیون-۹۲)



۱. $V_T = 3I_T + 20$

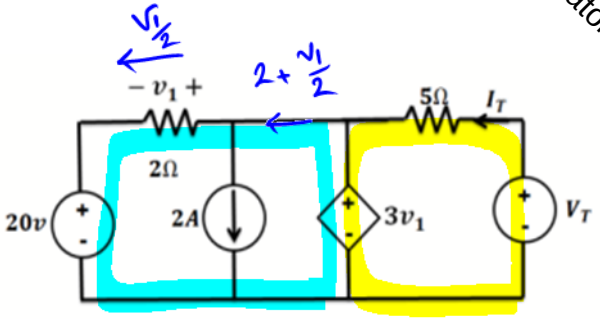
۲. $V_T = 5I_T + 30$

۳. $V_T = 7I_T + 10$

۴. $V_T = 7I_T + 20$

پاسخ:

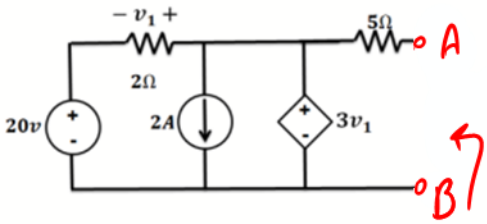
مدار معادل



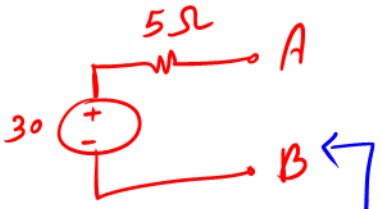
$V_T = 5I_T + 3v_1$

$-3v_1 + v_1 + 20 = 0 \rightarrow v_1 = 10$

$V_T = 5I_T + 30$

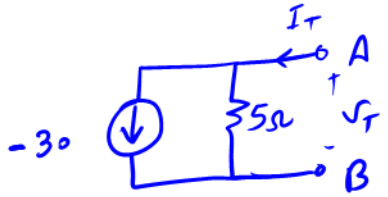


معادل



معادل تونن

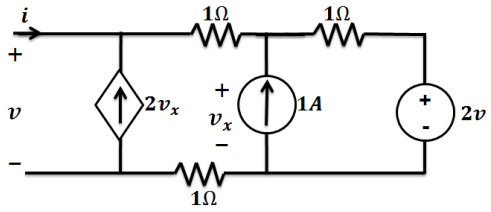
معادل



معادل نورتن

$I_T = \frac{1}{5}V_T - 30$

مثال۳-۲) رابطه $v-i$ یک قطبی زیر عبارت است از: (مهندسی برق -۶۹)



۱. $v=-۳i-۱۵$

۲. $v=۲i+۱۰$

۳. $۳v=۳i-۱۵$

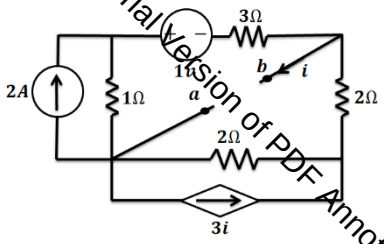
۴. $v=-۲i+۱۰$

پاسخ:

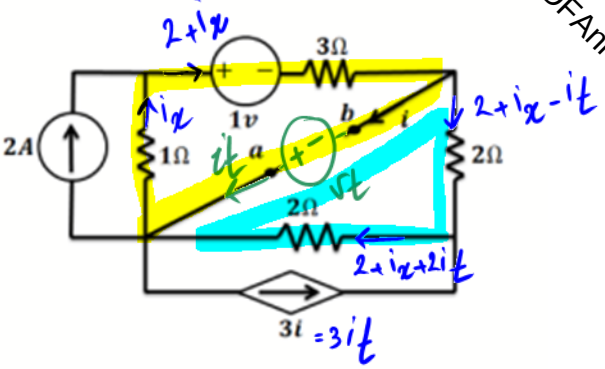
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۳) رابطه تعادلی را از دو سر a و b بیابید؟

پاسخ:



$i_t = i$



$v_t = i_x + 1 + 3(2+i_x)$

$v_t = 4i_x + 7$ ①

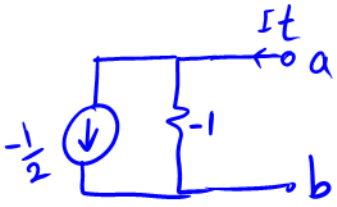
$2(2+i_x-i_t) + 2(2+i_x+2i_t) + v_t = 0$

$v_t + 4i_x + 2i_t + 8 = 0$ ②

$$\begin{cases} v_t - 4i_x = 7 \\ v_t + 4i_x = -2i_t - 8 \end{cases} \rightarrow 2v_t = -2i_t - 1$$

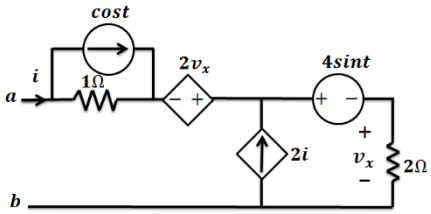
$v_t = -i_t - \frac{1}{2}$





$i_t = -v_t - \frac{1}{2}$

مثال ۳-۴) در مدار زیر در چه لحظه ای رابطه تعادلی از دو سر a و b معادل مقاومت است؟



۱. $t = k\pi + tg^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$

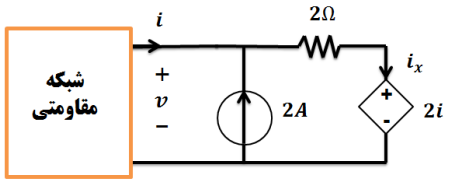
۲. $t = k\pi + tg^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

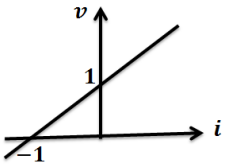
۳. $t = k\pi + tg^{-1}(4)$

٤. هیچکدام از گزینه‌ها

پاسخ:

مثال ۳-۵) در شکل زیر مشخصه $i-v$ شبکه N داده شده، جریان i_x چند آمپر است؟



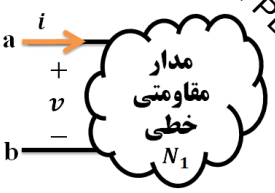


پاسخ:

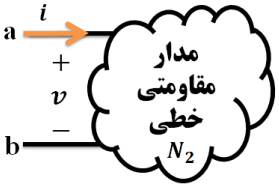
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

معادل بودن دو مدار

اگر رابطه تعادلی دو مدار از دوسر مشابه، یکسان باشد، مدارات باهم معادل خواهند بود، البته الزاما دو مدار با هم یکسان نیستند، ولی میتوانند رابطه تعادلی یکسانی داشته باشند.



$v = \alpha_1 i + \beta_1$

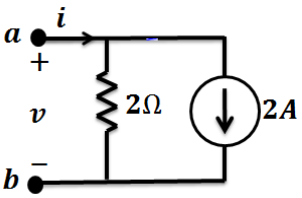


$v = \alpha_2 i + \beta_2$

$$if: \quad N_1 \equiv N_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \alpha_1 = \alpha_2 \\ \beta_1 = \beta_2 \end{cases}$$

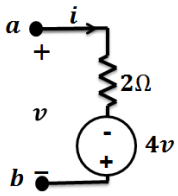
سوالات دست گرمی

مثال ۳-۶) آیا مدارهای زیر با هم معادل اند؟



$i = \frac{v}{2} + 2$

$\rightarrow v = 2i - 4$



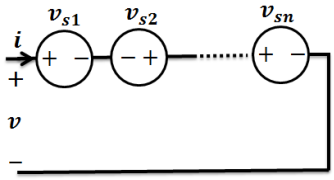
$v = 2i - 4$

هر ۲ شکل باهم از ۲ سر a-b معادل هستند.

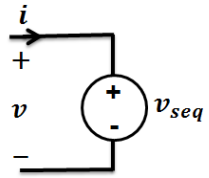
مدارهای معادل کاربردی

برای ساده‌سازی مداراتی که دارای چند منبع هستند، از مدارهای معادل زیر میتوان استفاده کرد.

سری شدن منابع ولتاژ

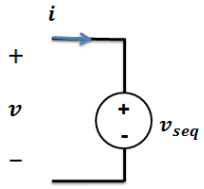


≡

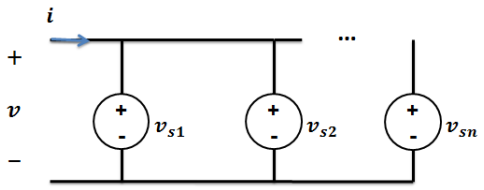


$$v_{seq} = v_{s1} - v_{s2} + \cdots + v_{sn}$$

موازی شدن منابع ولتاژ



≡

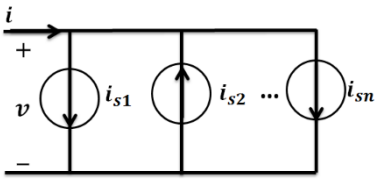


$$v_{s1} = v_{s2} = \cdots = v_{sn} = v_{seq} .$$

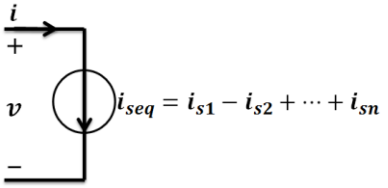
سوال: موازی کردن منابع ولتاژ مشابه، در واقعیت چه سودی دارد؟

جواب:

موازی شدن منابع جریان

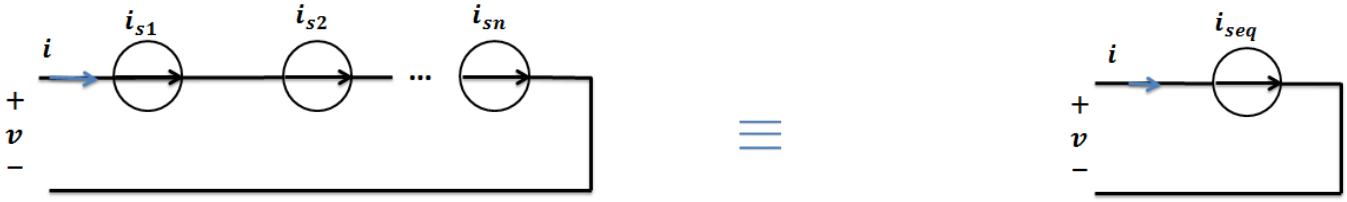


≡



سری شدن منابع جریان

برای سری شدن منابع جریان باید تمامی منابع دارای جریان یکسان و هم جهت باشند. در این صورت مداری متشکل از چند منبع جریان سری معادل با یکی از منابع جریان است .



$$i_{s1} = i_{s2} = \cdots = i_{sn} = i_{seq}$$

سوال: سری کردن منابع جریان مشابه، در واقعیت چه سودی دارد؟

جواب:

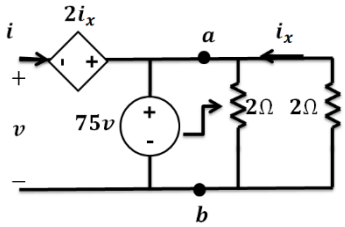
موازی شدن منابع ولتاژ با المان دیگر

هرگاه منبع ولتاژ با شبکه‌ای موازی شود، به شرط آن که v و i بیرون شبکه مطلوب باشد، می‌توان شبکه را به شکل زیر حذف نمود.



مثال زیر را در نظر بگیرید:

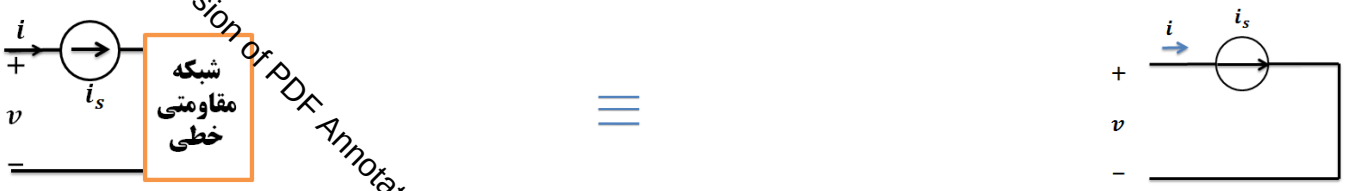
با وجود منبع ولتاژ وابسته به جریان i_x خارج از محدوده‌ی ساده‌سازی ، با حذف i_x در اثر ساده‌سازی، امکان تنظیم و کنترل منبع ولتاژ وابسته نیست.



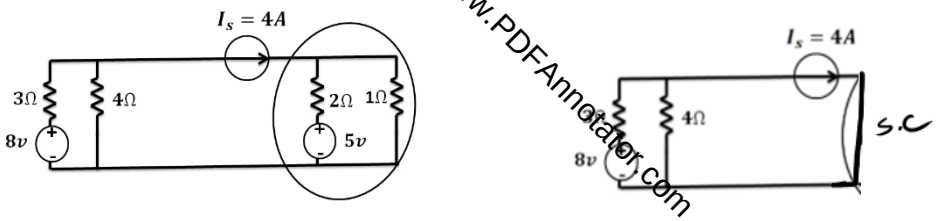
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سری شدن منبع جریان با المان دیگر

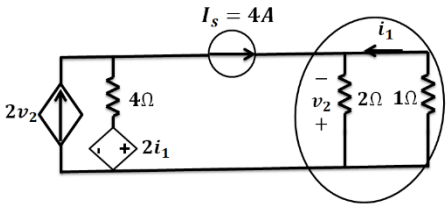
هرگاه منبع جریان با هر شبکه و مداری سری شود، به شرط آن که v و i بیرون شبکه مطلوب باشد، می‌توان شبکه را به شکل زیر حذف کرد.



در مثال زیر، هیچ مانعی برای حذف محدوده سری شده با منبع جریان A ۴ وجود ندارد.

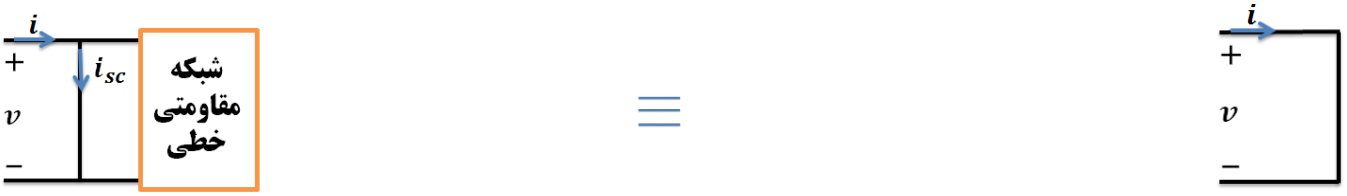


مثال زیر را در نظر بگیرید، با توجه به وجود منابع وابسته به جریان i_1 و v_2 خارج از محدوده‌ی ساده‌سازی، با حذف i_1 و v_2 ، امکان تنظیم و کنترل منابع وابسته نیست.

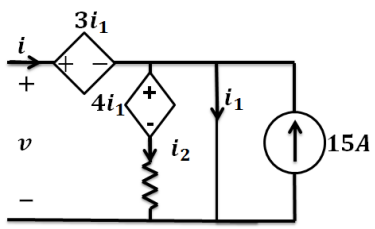


موازی با اتصال کوتاه

در صورت اتصال کوتاه شدن یک شبکه، به شرطی که جریان اتصال کوتاه i_{sc} یا جریان داخل شبکه مقاومتی مجهول نباشد، می توان شبکه را حذف کرد. $(i \neq i_{sc})$



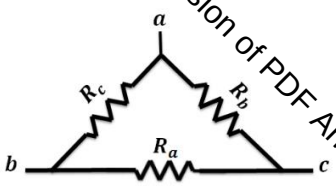
در مثال زیر، منبع جریان A ۱۵، به علت وجود منبع وابسته به جریان i_1 و مجهول بودن مقدار i_1 قابل حذف نبوده و امکان ساده سازی نیست.

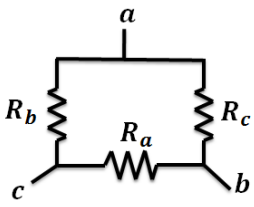


Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

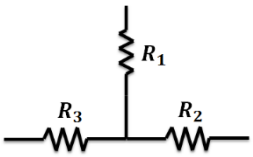
اتصال ستاره مثلث

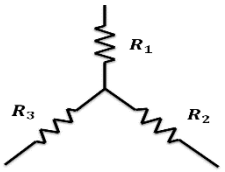
آرایش سه مقاومت، که از هر طرف، دو به دو بهم متصل شدند ، مانند شکل‌های زیر را اتصال مثلث گویند.



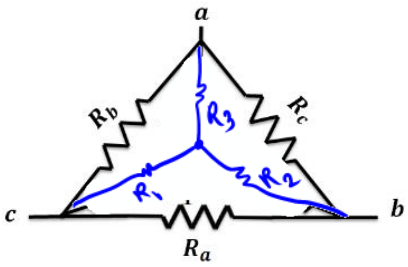


آرایش سه مقاومت، که تنها از یک نقطه مشترک، بهم متصل شدند ، مانند شکل‌های زیر را اتصال ستاره گویند.





تبدیل اتصال مثلث به اتصال ستاره:



$$R_1 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

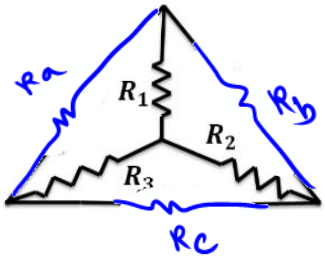
$$R_3 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

نکته۱: واحدی که برای مقاومت های معادل بدست می آید $\Omega = \Omega^2/\Omega$ است.

نکته۲: مقاومت های معادل اتصال ستاره، کوچک تر از اتصال مثلث هستند.

$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$ در صورتی که مقاومت‌ها باهم برابر باشند

تبدیل اتصال ستاره به اتصال مثلث:



$$R_a = \frac{R_1R_3 + R_1R_2 + R_2R_3}{R_2}$$

$$R_b = \frac{R_1R_3 + R_1R_2 + R_2R_3}{R_3}$$

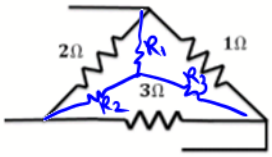
$$R_c = \frac{R_1R_3 + R_1R_2 + R_2R_3}{R_1}$$

به عنوان مثال، معادل اتصال ستاره مدار زیر برابراست با:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com



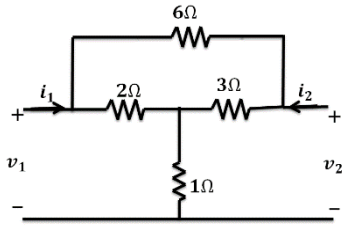
≡



$$R_1 = \frac{2\times 1}{2+3+1}$$

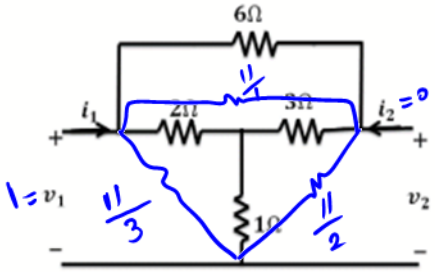
سوالات دست گرمی

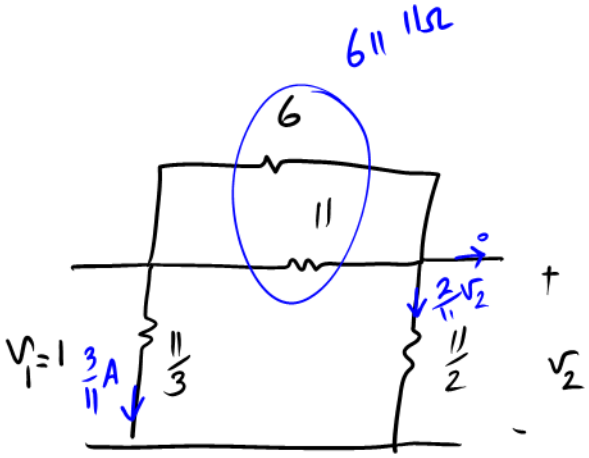
مثال ۳-۷) نسبت v_2/v_1 را در مدار زیر بدست آورید. $(i_2 = 0)$



روش اول : تحلیل با تک بخش صریال ✓

پاسخ:

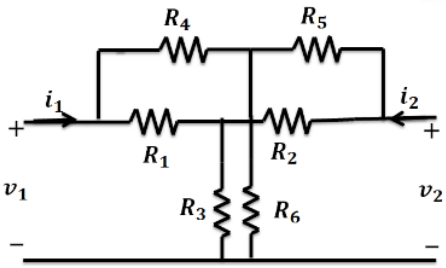




$$-1 + (6 \parallel 11\Omega)\times \frac{2}{11}v_2 + v_2 = 0$$

$$\rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\checkmark}{1}$$

مثال ۳-۸) نسبت v_2/v_1 را در مدار زیر بدست آورید. تمام مقاومت های R_1،R_2،R_3 را برابر با یک اهم و تمام مقاومت های R_4،R_5،R_6 را دو اهم در نظر بگیرید.

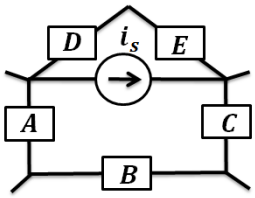


پاسخ:

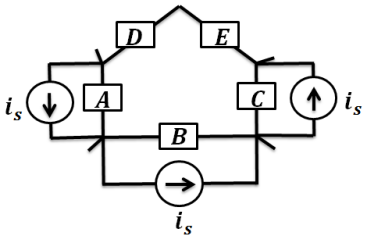
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

قاعده پرش خرگوشی

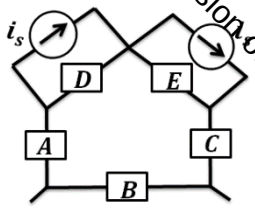
انتقال منبع جریان



(الف)

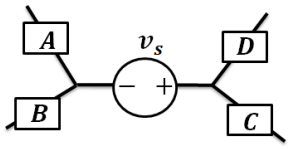


(ب)

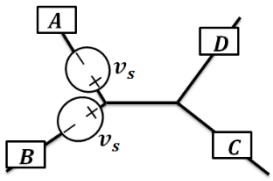


(ج)

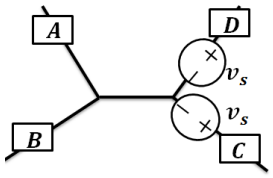
انتقال منبع ولتاژ



(الف)

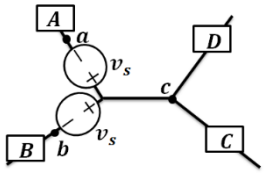


(ب)

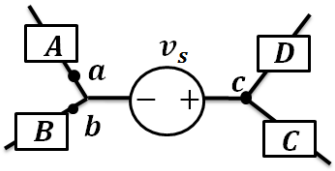


(ج)

لازم به ذکر است، مدارهای زیر، تنها از دید کلی معادل یکدیگرند و الزاما از دو سر یک پورت، یکسان نیستند.

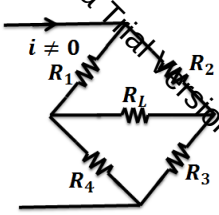


$\Rightarrow$



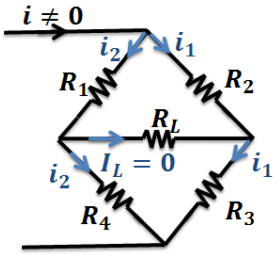
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

پل وتستون



شرایط تعادل در پل وتستون

اگر جریانی از مقاومت پل وتستون R_L عبور نکند، یعنی $I_L = 0$ باشد، داریم:



KVL: $R_2 i_1 = R_1 i_2$

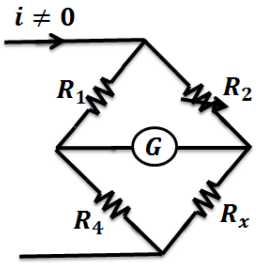
KVL: $R_3 i_1 = R_4 i_2$

$\longrightarrow \quad \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_1}{R_4} \longrightarrow R_2 R_4 = R_1 R_3$

قانون وتستون:

اگر پل وتستون، در حالت تعادل باشد (یعنی $R_۲ \times R_۴ = R_۱ \times R_۳$)، جریان شاخه وسط صفر و ولتاژ دو سر R_L هم پتانسیل می‌شود.

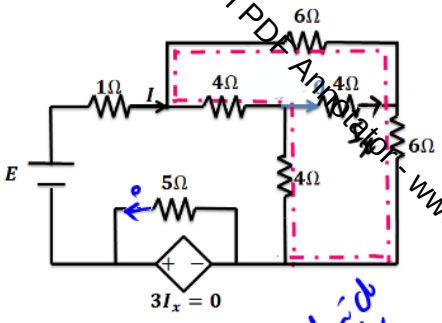
کاربرد پل وتستون در اندازه گیری

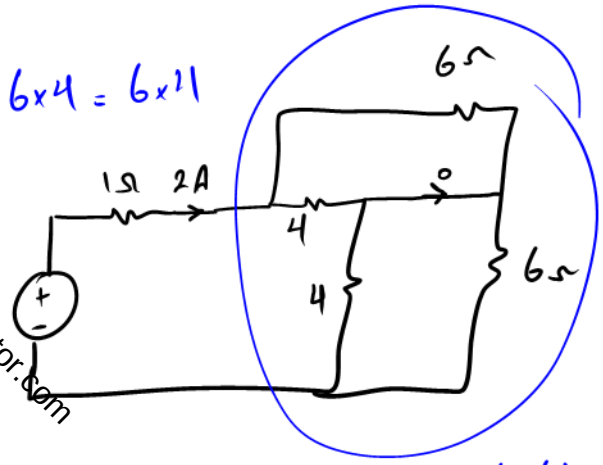


Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات دست گرمی

مثال زیر را در نظر بگیرید، اگر $I = ۲\ A$ باشد، مقدار E را محاسبه کنید ؟





$6 \times 4 = 6 \times 1$

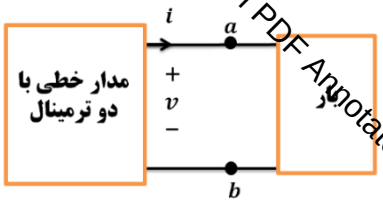
$(4+4) \,||\, (6+6) = 8 \,||\, 12$

$E = 2 + 2(8 \,||\, 12)$

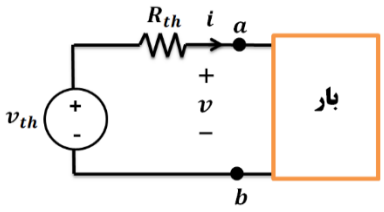
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

قضیه تونن و نورتن:

همان رابطه‌ی تعادلی است، به طوری‌که اگر معادل مدار را با یک منبع ولتاژ v_{th}و مقاومت سری R_{th} مدل کرد، معادل تونن و اگر بصورت یک منبع جریان I_Nو مقاومت موازی R_N در نظر گرفت، معادل نورتن گوئیم.

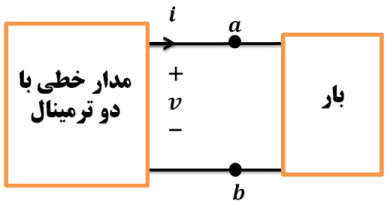


شکل (الف)

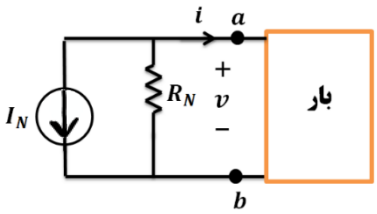


شکل (ب)

شکل(ب)، معادل تونن شکل(الف)، از دو سر aوb است.



شکل (الف)



شکل (ب)

شکل (ب)، معادل نورتن شکل(الف)، از دو سر aوb است.

نکته: معادل تونن یا نورتن از هر پورت، با پورت دیگر، به غیر از حالت خاص، الزاما برابر نیست و از هر پورت مدار، تنها یک تونن یا نورتن دیده می شود. برای مثال، معادل تونن دیده شده از دو سر a و b با معادل تونن دیده شده از دو سر d و c یکسان نیست.



سوال: آیا معادل تونن و نورتن، از دوسر a و b با یکدیگر برابرند؟

جواب:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

ارتباط مدار معادل تونن و نورتن

مقاومت تونن و نورتن با هم برابر و ارتباط جریان نورتن با ولتاژ تونن به صورت $i_N = v_{th}/R_{th}$ است.

اگر رابطه تعادلی مداری از یک پورت، به صورت زیر باشد، میتوان گفت مدار از همان پورت، معادل نورتن ندارد. به عبارتی داریم:

$v = \cdot \times i + \beta \rightarrow v_{th} = \beta \quad R_{th} = \cdot \rightarrow i_N = \frac{v_{th}}{\cdot}$ تعریف نشده



معادل نورتن ندارد

لذا میتوان گفت، اگر مداری فقط معادل یک منبع ولتاژ باشد، معادل نورتن ندارد. به طور مشابه داریم:

$i = \cdot \times v + k \rightarrow i_N = k \quad R_N = \infty$



معادل تونن ندارد

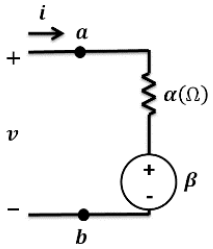
لذا میتوان گفت، اگر مداری فقط معادل یک منبع جریان باشد، معادل تونن ندارد.

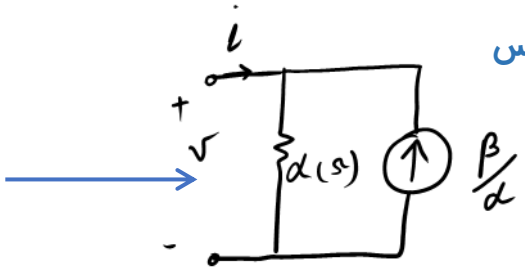
نکات مهم:

نکته۱: اگر در یک شبکه مقاومتی خطی، منبع مستقل وجود نداشته باشد، ولتاژ تونن و جریان نورتن صفر است. ولی عکس این قضیه برقرار نیست.

نکته۲: اگر در یک شبکه مقاومتی خطی، مقاومت تونن صفر و مقاومت نورتن ∞ باشد یعنی مدار معادل منبع مستقل باشد امکان تبدیل به نورتن یا تونن وجود ندارد.

تبدیل تونن به نورتن و بالعکس





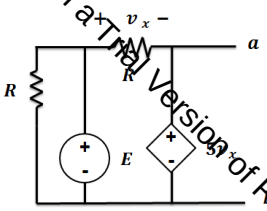
محاسبه معادل تونن و نورتن مدار

۱- روش کلی، بدست آوردن رابطه تعادلی

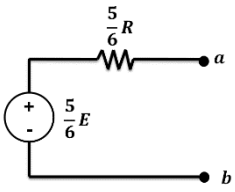
کافی است یک منبع ولتاژ یا جریان تست، دو سر پورت مورد نظر قرار داده و رابطه بین ولتاژ و جریانش را محاسبه کنیم.

Produced with a Trial Version of RDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

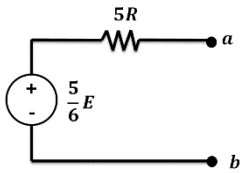
مثال ۳-۲۳) مدار معادل تونن شکل مقابل را به دست آورید.(مهندسی برق- ۸۴)



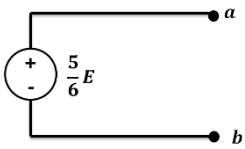
۱.



۲.

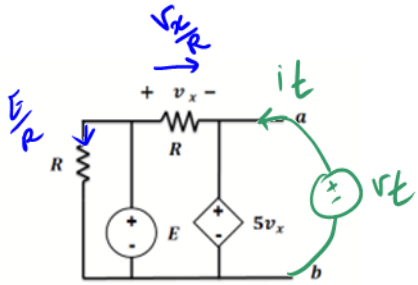


۳.



۴. معادل تونن ندارد

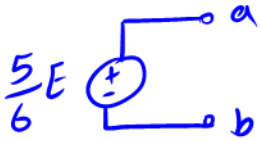
پاسخ:



$v_t = 5v_x$

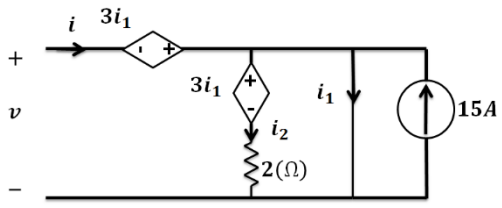
$-E + v_x + 5v_x = 0 \rightarrow v_x = \frac{E}{6}$

$v_t = \frac{5}{6}E$ ← معادل یک منبع ولتاژ مستقل



← معادل تونن ندارد.

مثال ۳-۱۶) در مدار شکل رو به رو کدام رابطه صحیح است؟



۱. $v + ۶i - ۹۰ = ۰$

۲. $v - ۶i + ۹۰ = ۰$

۳. $v - ۶i - ۹۰ = ۰$

۴. $v + ۶i + ۹۰ = ۰$

پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

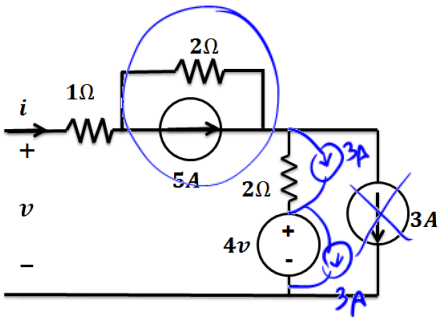
۲- روش ساده سازی مدار

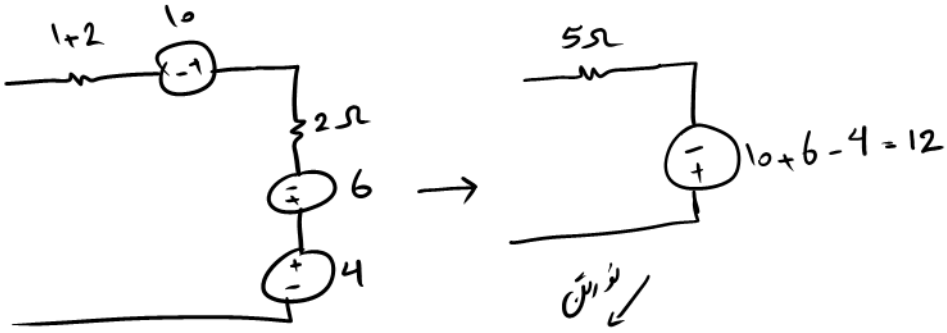
در این روش، سعی میشود با استفاده از قواعد ساده‌سازی، به معادل تونن یا نورتن دست پیدا کرد که معمولا این شیوه در مدارهای فاقد منبع وابسته استفاده می شود.

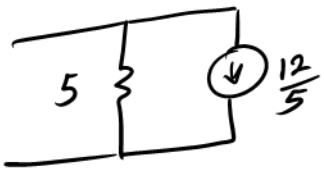
سوالات دست گرمی

مثال ۳-۱۷) مدار معادل تونن متناظر با مدار زیر را از دو سر مشخص شده بیابید؟

پاسخ:



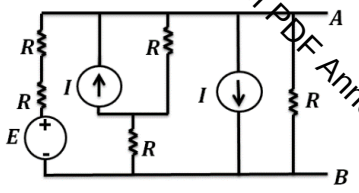




Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات چهارگزینه ای

مثال ۳-۱۸) مدار معادل تونن متناظر با مدار زیر از دو سر A و B کدام است؟ (هوش مصنوعی-۹۱)



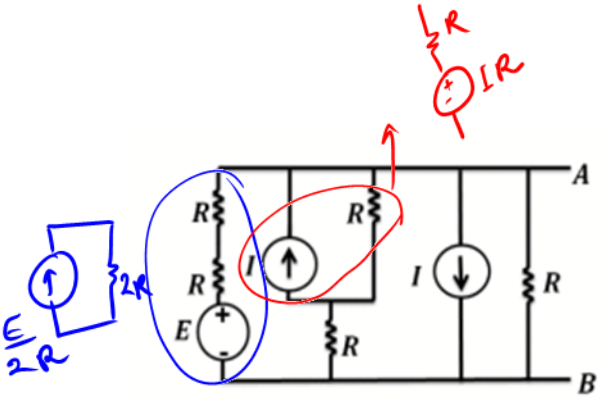
۱. $V_{th}=\frac{E+RI}{۲}$ ، $R_{th}=\frac{۶}{۱۳}R$

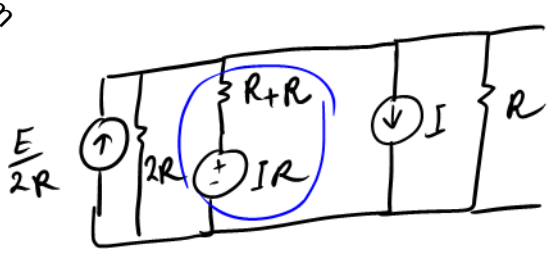
۲. $V_{th}=E$ ، $R_{th}=۲R$

۳. $V_{th}=\frac{E+RI}{۴}$ ، $R_{th}=R$

۴. $V_{th}=\frac{E+RI}{۴}$ ، $R_{th}=\frac{R}{۲}$

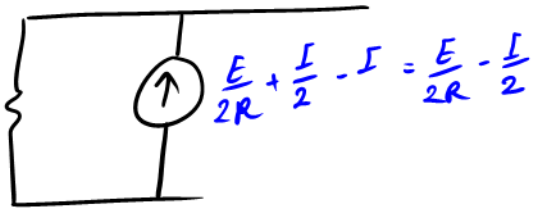
پاسخ:







$\frac{R}{2}=2R\|2R\|R$

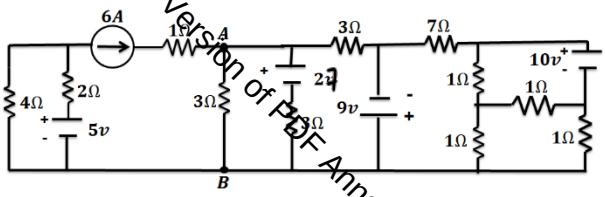


$V_{th}=R_{th}\times I_N=\frac{R}{2}\left(\frac{E}{2R}-\frac{I}{2}\right)$

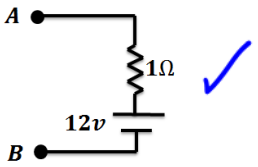
$=\frac{E}{4}-\frac{RI}{4}$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

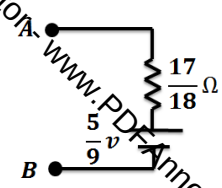
مثال ۳-۱۹) مدار معادل تونن متناظر با مدار زیر از دو سر A و B کدام است؟(مهندسی برق- ۷۴)



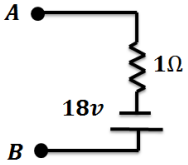
۱.



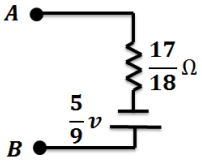
۲.



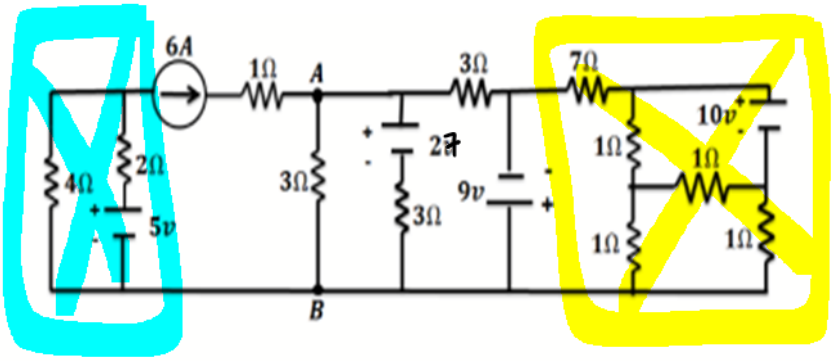
۳.

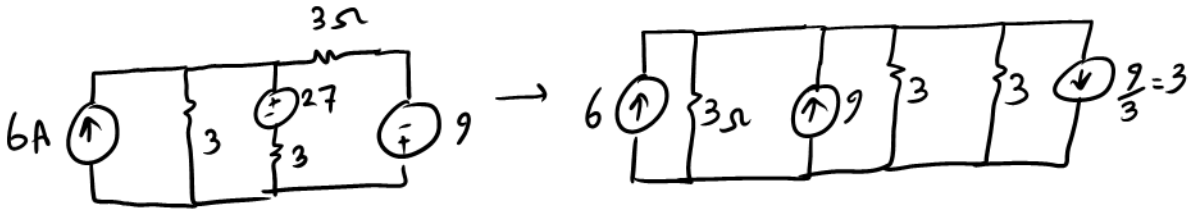


۴.



پاسخ:



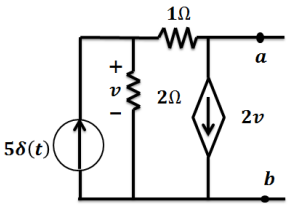


$R_N = 3 \| 3 \| 3 = 1\Omega$

$I_N = 6 - 3 + 9 = 12$

$V_{th} = I_N \cdot R_N = 12$

مثال ۳-۲۰) مدار معادل تونن متناظر با مدار زیر از دو سر a و b برابر است با: (مهندسی برق- ۸۷)



۱. $V_{th} = \delta(t)\ ،\ R_{th} = ۲$

۲. $V_{th} = ۲\,\delta(t)\ ،\ R_{th} = ۳\,\Omega$

۳. $V_{th} = -۲\,\delta(t)\ ،\ R_{th} = \frac{۳}{۵}\Omega$

۴. $V_{th} = -\delta(t)\ ،\ R_{th} = \frac{۳}{۵}\Omega$

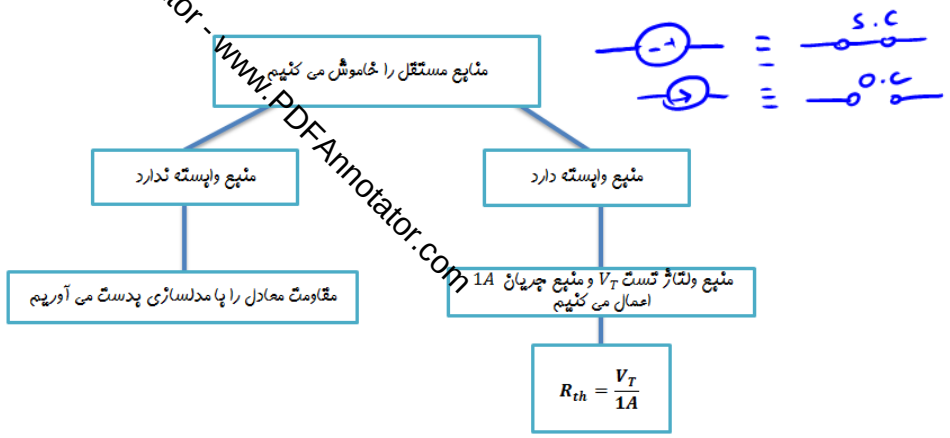
پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

روش‌های آزمایشگاهی محاسبه مدار معادل تونن و نورتن

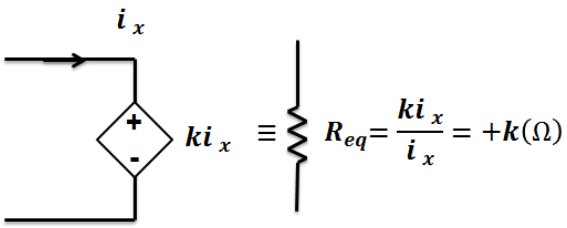
محاسبه فقط مقاومت معادل:

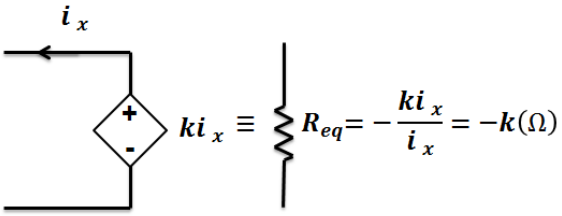
اگر فقط مقاومت معادل مد نظر باشد مانند تست اهمی در آزمایشگاه ابتدا مدار را خاموش کرده و از دو سر خواسته شده با استفاده از اهم متر مقاومت دیده شده را می‌سنجیم. به این منظور الگوریتم زیر را انجام می‌دهیم:

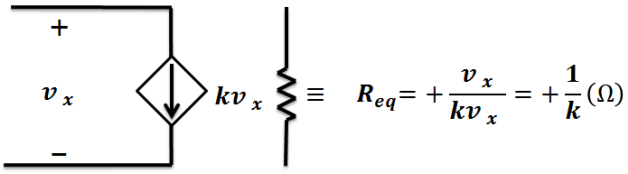


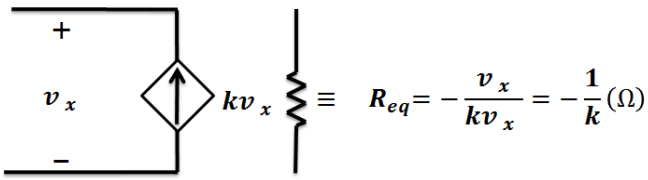
نکته: اگر مدار، فاقد منابع وابسته و تمام مقاومت‌های آن مثبت باشد، امکان صفر و منفی شدن R_{th} وجود ندارد. چرا که تنها منابع وابسته میتوانند سبب ایجاد مقاومت منفی یا صفر شدن مقاومت معادل مدار شوند.

روش ساخت مقاومت منفی





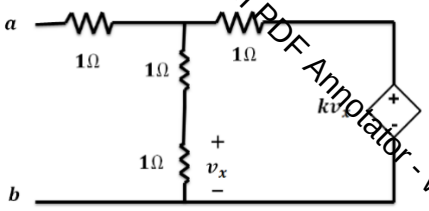




Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

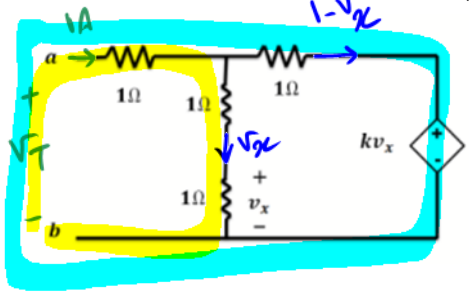
سوالات چهارگزینه ای

مثال ۳-۲۱) در مدار شکل مقابل، به ازاء چه مقدار k ، مقاومت دیده شده در سرهای a و b منفی است؟(مهندسی برق-۸۱)



۱. ۱
۲. ۲
۳. ۲.۵
۴. ۴ ✓

پاسخ:



$$v_T = 1 + 2v_x \quad (1)$$

$$v_T = 2 - v_x + k v_x \quad (2)$$

$$\begin{cases} v_T - 2v_x = -1 \\ v_T + (1-k)v_x = 2 \end{cases}$$

$$v_T = -\frac{-4 + 1 - k}{(1-k) + 2}$$

$$R_{eq} = v_T = \frac{3+k}{3-k}$$

	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
k							
$3+k$		−	0	+		+	
$3-k$		+		+	0	−	
P		−		+		−	

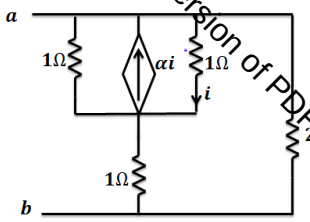
$k>3$, $k<-3$

$R_{eq} = v_T < 0$

Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۲۲) کمیت α در مدار شکل مقابل چه مقداری داشته باشد تا مقاومت دیده شده در سرهای a و b منفی شود؟

(مهندسی کامپیوتر-گرایش معماری - ۸۲)



۱. $\frac{۷}{۳} < \alpha < ۳$

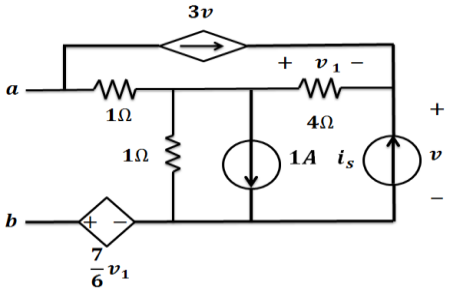
۲. $۲ < \alpha < ۳$

۳. $\frac{۷}{۳} < \alpha < ۴$

٤. $۲ < \alpha < ۴$

پاسخ:

مثال۳-۲۴) مقاومت معادل از دو سر a و b چند اهم است؟ (مهندسی برق- ۸۷)



۱. $\frac{۵}{۱۱}\Omega$

۲. ۱Ω

۳. ۳Ω

۴. $\frac{۳۹}{۱۱}\Omega$

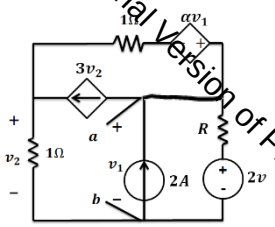
پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۲۵) در مدار زیر به ازای چه مقدار α ،مقاومت دیده شده از دو سر a و b به صورت $R_{th} = R$ است؟

(مهندسی برق - ۹۵)

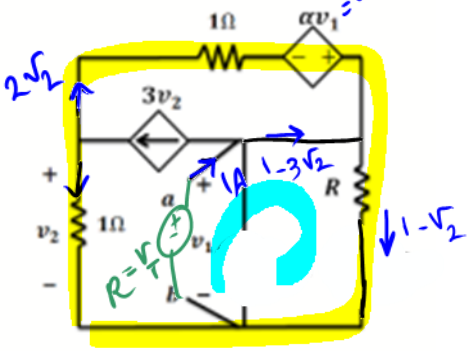
۱. $\alpha = 0$
۲. $\alpha = 0.5$
۳. $\alpha = 1$
۴. تمامی مقادیر $\alpha \neq 0$



پاسخ:

$R_{th} = R \longrightarrow \frac{V_T}{1A} = R$

$V_T = R$



$V_T = R = V_1$

$-V_2 + 2V_2 - \alpha R + R(1 - V_2) = 0$

$R = R(1 - V_2) \longrightarrow \boxed{V_2 = 0}$

$-\alpha R + R = 0 \longrightarrow \boxed{\alpha = 1}$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

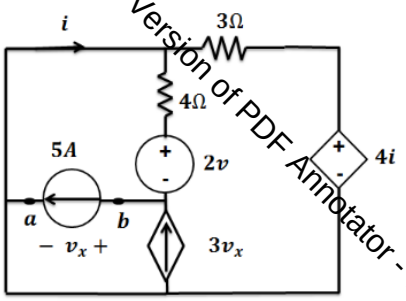
مثال ۳-۲۶) در مدار زیر مقاومت دیده شده از دو سر a و b چند اهم است ؟ (دکتری مهندسی برق- ۹۵)

۱. $-۴\ \Omega$

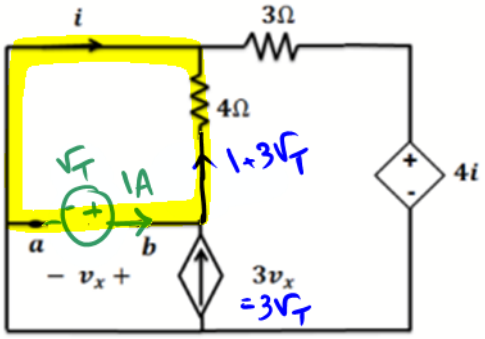
۲. $۳\ \Omega$

۳. $-\frac{۴}{۱۱}\ \Omega$

۴. $\frac{۱}{۱۱}\ \Omega$



پاسخ:



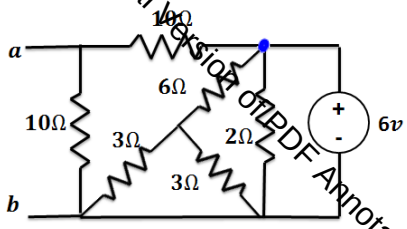
$V_T = V_x$

$V_T = 4(1 + 3V_T)$

$-11V_T = 4 \rightarrow R_{eq} = V_T = -\frac{4}{11}$

Produced with a Trial version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

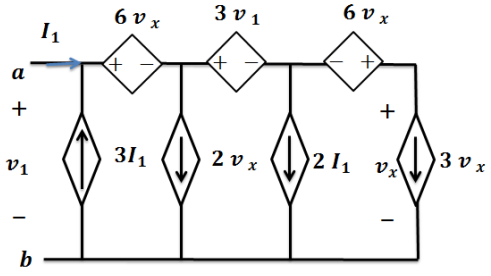
مثال ۳-۲۷) در مدار زیر مقاومت دیده شده از دو سر a و b چند اهم است؟



۱. ۳ Ω
۲. ۴ Ω
۳. ۵ Ω
٤. صفر

پاسخ:

مثال ۳-۲۸) در مدار زیر مقاومت دیده شده از دو سر a و b چند اهم است ؟



۱. $0.2\ \Omega$

۲. $-0.2\ \Omega$

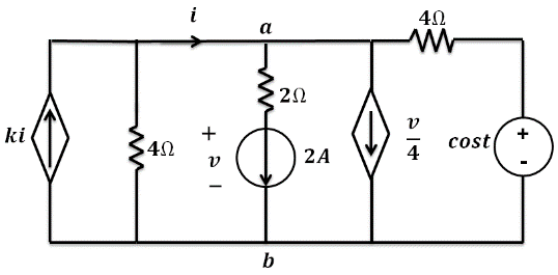
۳. $1\ \Omega$

۴. $-1\ \Omega$

پاسخ:

مثال۳-۲۹) در مدار زیر اگر مقاومت دیده شده از دو سر a و b برابر با $4\ \Omega$ باشد، مقدار k برابر است با:

(معماری کامپیوتر ۹۳)



۱. $-2\ \Omega$

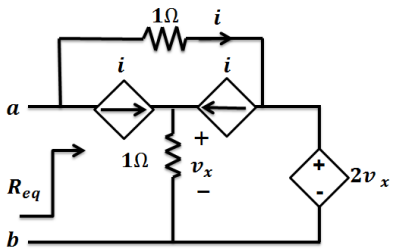
۲. $0.5\ \Omega$

۳. $2\ \Omega$

۴. $3\ \Omega$

پاسخ:

مثال ۳-۳۰) در مدار زیر R_{eq} از دو سر a و b کدام است؟ (معماری کامپیوتر ۹۴)



۱. $\frac{1}{2}\Omega$

۲. $\frac{2}{3}\Omega$

۳. $\frac{3}{2}\Omega$

۴. $\frac{5}{2}\Omega$

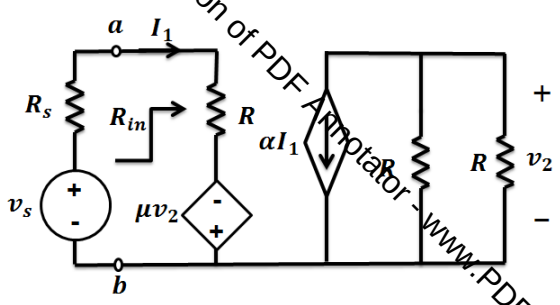
پاسخ:

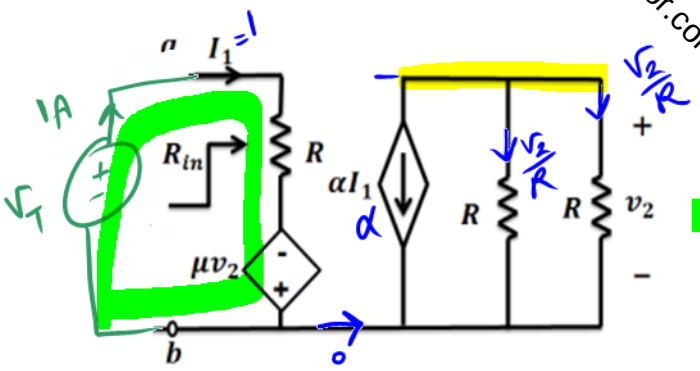
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۳۱) مقاومت معادل از دو سر a و b چند اهم است: (معماری کامپیوتر- ۸۸)

۱. R
۲. $R(۱+۲\alpha\mu)$
۳. $R\left(۱+\frac{\alpha\mu}{۲}\right)$
۴. $\frac{R}{۳}$

پاسخ:





$$\text{KCL}: \alpha + \frac{v_2}{R} + \frac{v_2}{R} = 0$$

$$v_T = R - \mu v_2$$

$$v_2 = \frac{R - v_T}{\mu} \xrightarrow{\text{in KCL}}$$

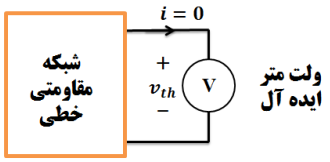
$$\alpha = -\frac{2}{R}\left(\frac{R - v_T}{\mu}\right) \rightarrow$$

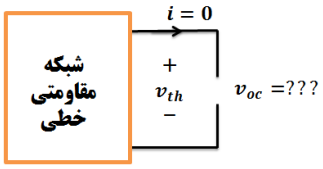
$$v_T = R + \frac{\alpha R \mu}{2}$$

$$R_{eq} = R\left(1 + \frac{\alpha\mu}{2}\right)$$

محاسبه فقط ولتاژ تونن

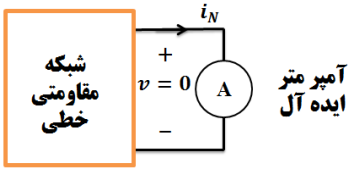
اگر فقط ولتاژ تونن مدار مد نظر باشد، در آزمایشگاه ولت متر را به مدار روشن، متصل کرده و ولتاژ دو سر را اندازه‌گیری می‌کنیم. لازم به ذکر است مقاومت درونی ولتمتر ایده آل بسیار زیاد بوده و جریانی از آن عبور نمی‌کند. لذا برای محاسبه ولتاژ تونن از یک پورت، کافیست دو سر مورد نظر را اتصال باز کنیم.

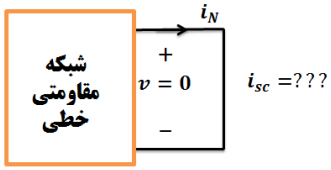




محاسبه فقط جریان نورتن

اگر فقط جریان نورتن مدار مد نظر باشد، در آزمایشگاه آمپرمتر را به مدار روشن، متصل کرده و جریان را اندازه‌گیری می‌کنیم. لازم به ذکر است مقاومت درونی آمپرمتر ایده‌آل صفر بوده و ولتاژی دو سر آن نمی‌افتد. لذا برای محاسبه جریان نورتن از یک پورت، کافیست دو سر مورد نظر را اتصال کوتاه کنیم.





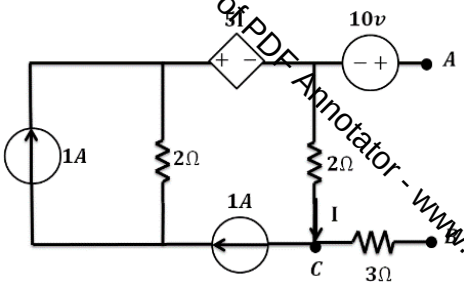
نکته: برای محاسبه‌ی مقاومت تونن، میتوان ولتاژ مدار باز و جریان اتصال کوتاه را بدست آورد، لذا داریم

$$R_{th} = \frac{v_{th}}{i_{th}} = \frac{v_{oc}}{i_{s.c}}$$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات چهارگزینه ای

مثال۳-۳۲) ولتاژ و مقاومت تونن از دو سر A و B کدام است: (کامپیوتر۸۶)



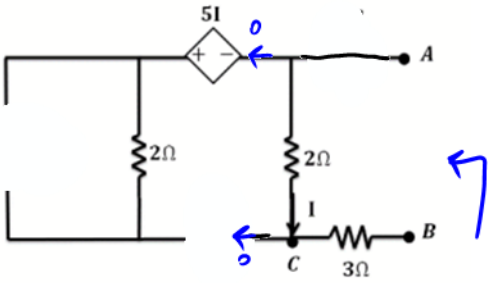
۱. ۱۵ ولت و ۲ اهم

۲. ۱۲ ولت و ۴ اهم

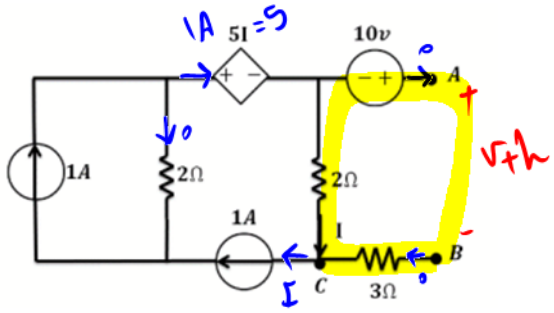
۳. ۱۲ ولت و ۵ اهم

٤. ۱۵ ولت و ۵ اهم

پاسخ:



$R_{eq} = 2+3 = 5\ \Omega$



$I = 1A$

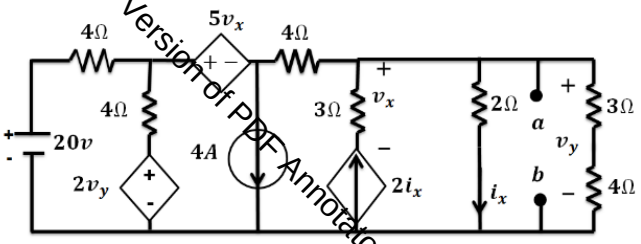
$V_{th} = 10 + 2I + 0 = 12\ V$

$I_N = \frac{12}{5}$

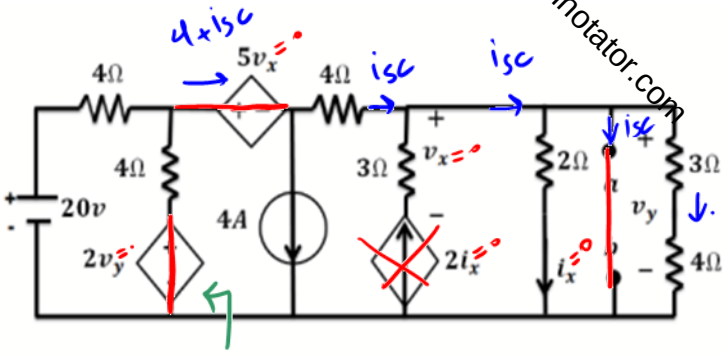
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۳-۳۳) جریان نورتن از دو سر a و b کدام است:

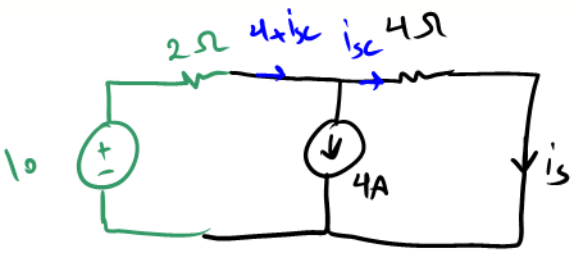
۱. $3\ A$
۲. $\frac{1}{4}\ A$
۳. $4\ A$
۴. $\frac{1}{3}\ A$ ✓



پاسخ:



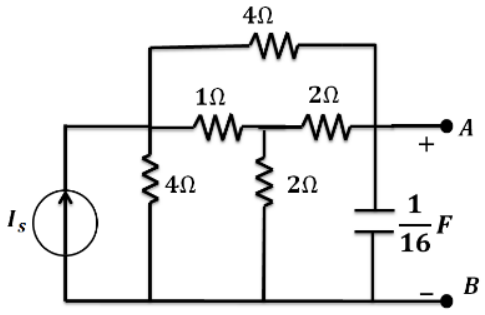
$v_y = 0$



$-10 + 2(4 + i_{sc}) + 4\,i_{sc} = 0$

$6\,i_{sc} = 2 \rightarrow i_{sc} = \frac{1}{3}$

مثال۳-۳۴) در مدار شکل مقابل اگر سرهای A و B را اتصال کوتاه کنیم. جریان I جاری شونده از سر A به B کدام خواهد بود؟(هوش مصنوعی-۸۹)



۱. $\frac{۱}{۳}I_s$

۲. $\frac{۱}{۲}I_s$

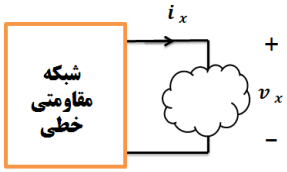
۳. $\frac{۱}{۴}I_s$

٤. $\frac{۲}{۳}I_s$

پاسخ:

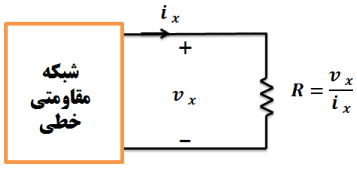
تعویض المان در مدار

در مدار، برای جایگزین المانی با المان دیگر، بدون تغییر ولتاژ و جریان اولیه، ولتاژ و جریان دو سر المان اصلی را اندازه گیری کرده، سپس به صورت زیر عمل می‌کنیم:



تعویض المان با مقاومت

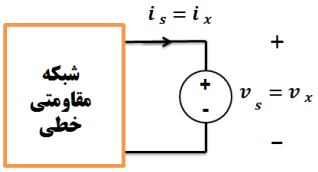
با توجه به مقدار، جهت و پلاریته i_x و v_x المان اصلی، مقاومت جایگزین از رابطه زیر محاسبه می‌شود.



جایگزین $R = \dfrac{v_x}{i_x}$

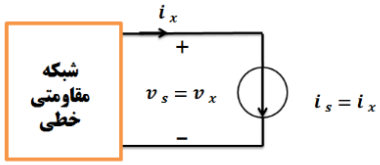
تعویض المان با منبع ولتاژ

المان را با منبع ولتاژ $v_s = v_x$ که هم‌علامت v_x است تعویض می‌کنیم، به شرطی که جریانش همان i_x باشد.



تعویض المان با منبع جریان

المان را با منبع جریان $i_s = i_x$ که هم جهت i_x است تعویض می کنیم، به شرطی که ولتاژش v_x باشد.



Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات چهارگزینه ای

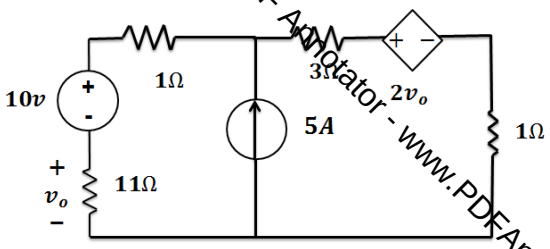
مثال ۳-۳۵) در مدار شکل مقابل منبع جریان ۵ آمپری را با چه عنصری می توان جایگزین نمود به گونه ای که جریان و ولتاژ شاخه ها هیچ تغییری نکنند؟ (مهندسی برق- ۹۰)

۱. مقاومت ۲ اهمی

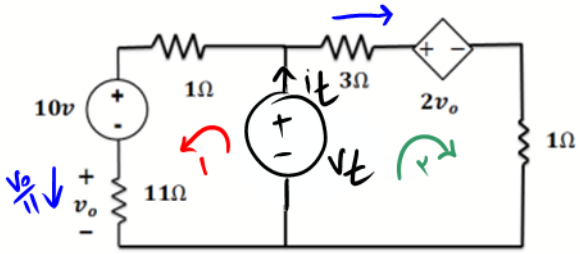
۲. منبع ولتاژ ۵ ولتی

۳. مقاومت ۶ اهمی

۴. مقاومت ولتاژ ۱۵ ولتی



پاسخ:



$i_t - \frac{v_o}{11}$

KVL ① $v_t = \frac{12}{11} v_o + 10$ ①

② $v_t = 4(i_t - \frac{v_o}{11}) + 2v_o$

$v_t = +\frac{18}{11} v_o + 4 i_t$ ②

$v_o = \frac{11}{12}(v_t - 10)$

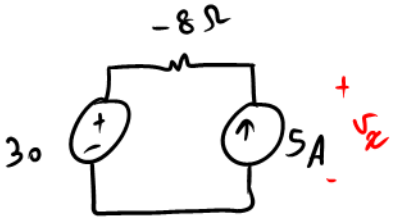
① in ②

$v_t = -\frac{18}{11} \times \frac{11}{12}(v_t - 10) + 4 i_t$

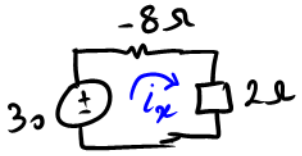
$v_t = +\frac{3}{2}(v_t - 10) + 4 i_t \rightarrow -\frac{1}{2} v_t = -15 + 4 i_t$

$v_t = (-8) i_t + (30)$

R_{eq} v_{th}



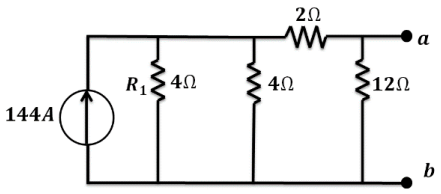
$v_x = -8 \times 5 + 30 = -10$



$i_x = \frac{30}{-8+2} = -5A$ ✓

$v_x = 2 \times -5 = -10V$ ✓

مثال ۳-۳۶) می‌خواهیم مقاومت $R_1 = ۴$ اهمی در شکل مقابل را با یک منبع جریان نابسته جانشین سازیم. مقدار این منبع در جهت نشان داده شده چند آمپر باشد تا ولتاژ مدار باز e_{oc} و جریان اتصال کوتاه i_{sc} سرهای a و b تغییر نکند؟



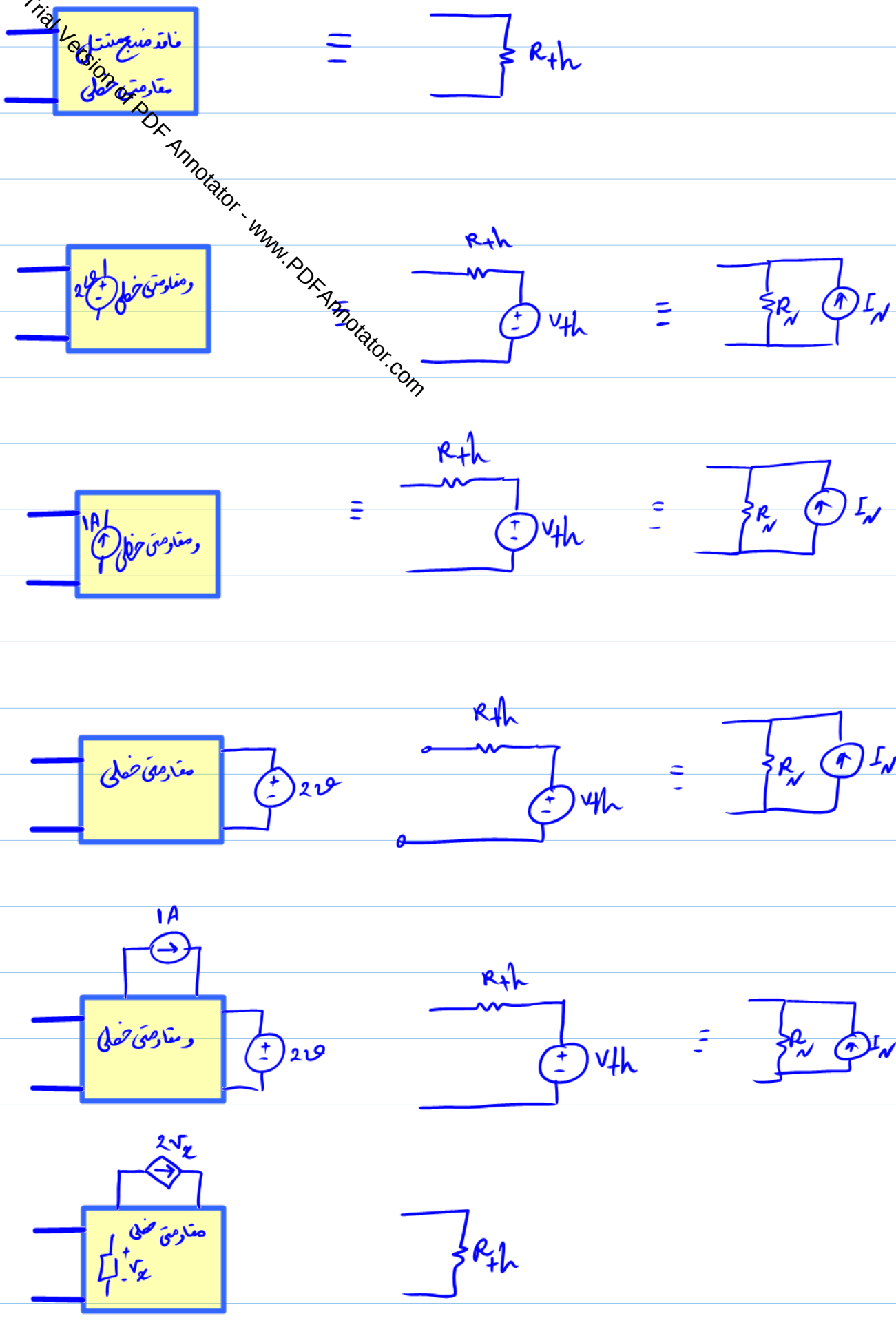
(هوش مصنوعی-۸۲)

۱. ۱۸
۲. ۶۳
۳. ۱۲۶
٤. چنین چیزی امکان ندارد

پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

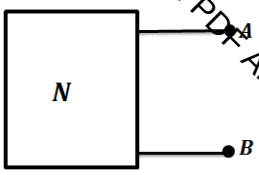
جعبه‌های مقاومتی خطی



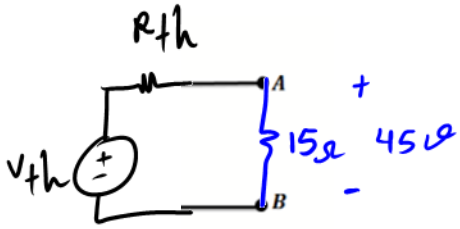
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۳۷) مدار مقاومتی N از تعدادی مقاومت خطی و منابع نابسته و وابسته تشکیل می‌شود. اگر مقاومت ۱۵ اهمی را در بین‌های A و B وصل کنیم $v_{AB} = ۴۵$ ولت می شود. اگر مقاومت ۵ اهمی را در سرهای A و B وصل کنیم $v_{AB} = ۲۵$ ولت می شود. اگر مقاومت ۴۰ اهمی را در سرهای A و B وصل کنیم v_{AB} چقدر خواهد بود؟ (معماری-۸۳)

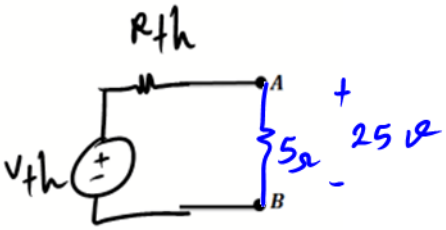
۱. ۴۸
۲. ۵۴
۳. ۶۰
۴. ۷۰



پاسخ:



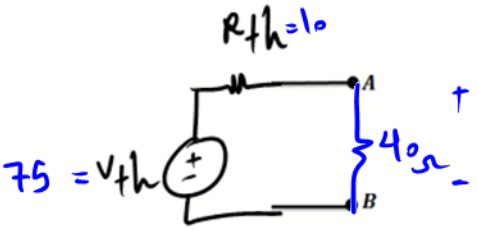
$$45 = V_{th}\frac{15}{15+R_{th}} \rightarrow V_{th} = 45 + 3R_{th} \quad (1)$$



$$25 = V_{th}\frac{5}{5+R_{th}} \rightarrow V_{th} = 25 + 5R_{th} \quad (2)$$

$$(1,2) \quad 0 = 20 - 2R_{th} \rightarrow R_{th} = 10$$

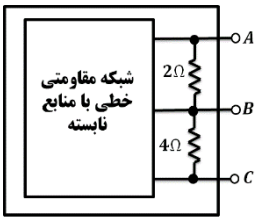
$$V_{th} = 75$$



$$V_{AB} = 75\frac{40}{40+10} \Rightarrow$$

$$V_{AB} = 15 \times 4 = 60$$

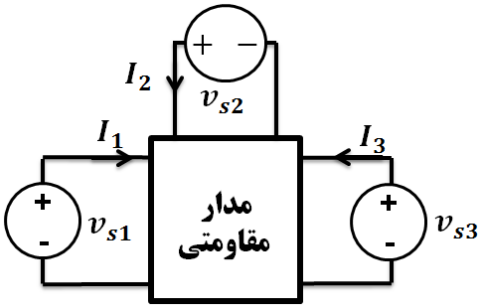
مثال ۳-۳۸) در مدار شکل زیر، اگر بین A و B را اتصال کوتاه کنیم، جریان ۲ A از A به B می‌گذرد و اگر بین B و C را اتصال کوتاه کنیم جریان ۳ A از B به C می‌گذرد. شبکه معادل تونن دیده شده $(R_{th} ، V_{th})$ از سرهای A و B به ترتیب از راست به چپ چند اهم و چند ولت است؟(ارشد برق ۹۴)



۱. $\frac{۳}{۲}$ و ۳
۲. ۲ و ۱۲
۳. ۳ و ۲
٤. ۳ و ۴

پاسخ:

مثال۳-۳۹) مدار شکل مقابل با معادلات $\begin{bmatrix} ۱۰a & ۱ & -a \\ a & ۰.۵ & ۰ \\ -۱ & ۰ & ۰.۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \\ I_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ v_{s3} \end{bmatrix}$ توصیف می‌شود. امپدانس دیده شده از دو سر منبع v_{s1} کدام است؟(مهندسی برق -۸۹)



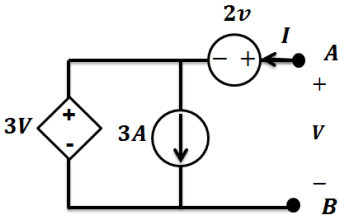
۱. $۳a$
۲. $۶a$
۳. $\frac{۳}{۲a}$
۴. $\frac{۲}{۳a}$

پاسخ:

نقطه کار مدار

همان رابطه تعادلی $V-I$ از دو سر مدار است.

مثال ۳-۴۰) مکان نقاط کار مدار شکل مقابل کدام است؟



۱. این مدار فقط یک نقطه کار دارد.

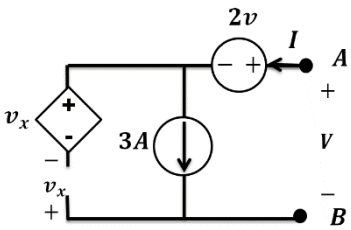
۲. تمام خط $V=-۱$ جزو مکان است.

۳. تمام خط $I=۳$ جزو مکان است.

٤. همه نقاط صفحه $(I-V)$ جزو مکان هستند.

پاسخ:

مثال ۳-۴۱) مکان نقاط کار مدار شکل مقابل کدام است؟ (مهندسی کامپیوتر- گرایش هوش مصنوعی ۸۸)



۱. این مدار فقط یک نقطه کار دارد

۲. تمام خط $V = ۲$ جزو مکان است

۳. تمام خط $I = ۳$ جزو مکان است

٤. همه نقاط صفحه $(I - V)$ جزو مکان هستند

پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

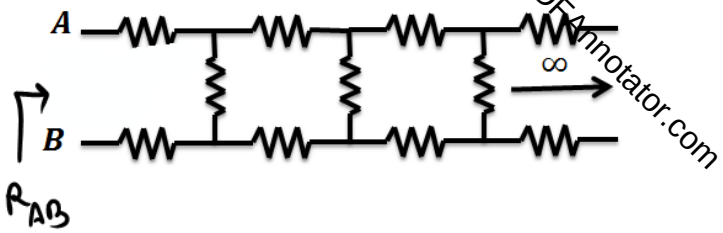
شبکه‌های نامتناهی

مدارهایی که از یک طرف نامحدود هستند

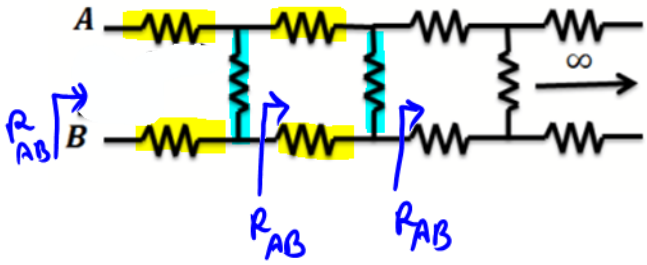
به دلیل تقارن و تکرار در این مدارات، می‌توان قسمتی از مدار را، معادل مقاومت کل یا ضریبی از آن مقاومت در نظر گرفت.

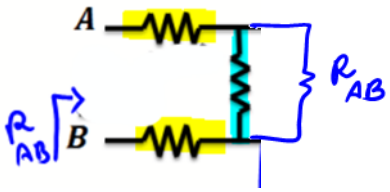
سوالات دست گرمی

مثال ۳-۴۲) در شبکه مقاومتی زیر، با فرض آنکه تمام مقاومت‌ها ۱ Ω باشند، مقاومت معادل R_{AB} را بدست آورید. (تالیفی)



پاسخ:





$$R_{AB} = (1+1) + (R_{AB} \parallel 1)$$

$$R = 2 + \frac{R}{R+1}$$

$$R = \frac{3R+2}{R+1} \rightarrow R^2 - 2R - 2 = 0$$

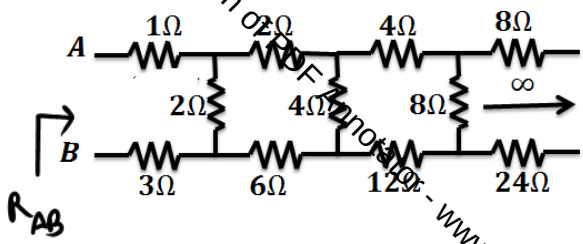
$$R = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$R = 1 + \sqrt{2} \checkmark$$

$$R = 1 - \sqrt{2} \times$$

Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۴۳) مقاومت دیده شده از سرهای A و B مدار شکل زیر چند اهم است؟ (تالیفی)



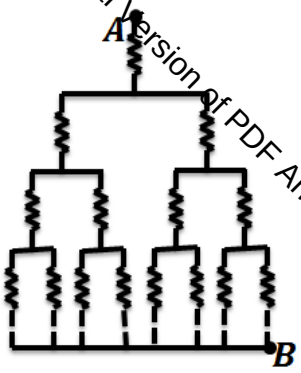
پاسخ:

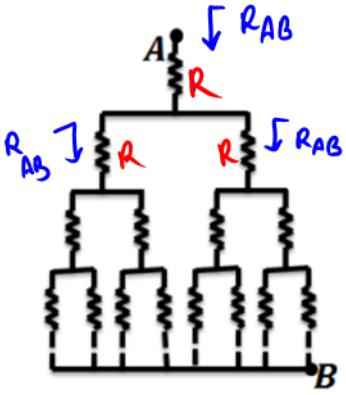
Produced with a trial version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

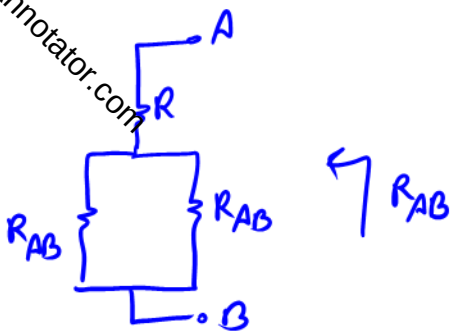
مثال ۳-۴۴) مقاومت دیده شده از سرهای A و B مدار شکل زیر چند اهم است؟ تمام مقاومت‌ها یکسان و برابر با R هستند. (لایکی)

۱. $۳R$
۲. $۲R$
۳. $\frac{R}{۲}$
۴. بی‌نهایت

پاسخ:

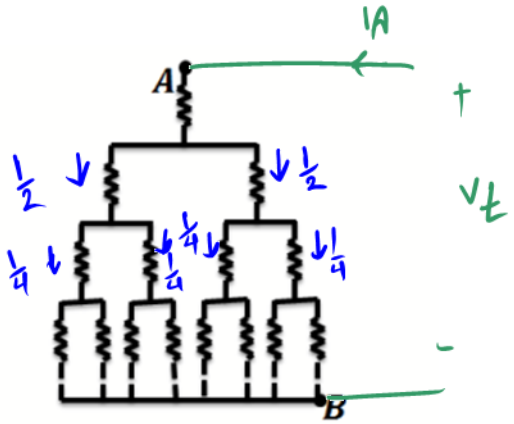






$$R_{AB} = R + R_{AB} \parallel R_{AB}$$

$$R_{AB} = R + \frac{R_{AB}}{2} \rightarrow R_{AB} = 2R$$



$$V_t = R + R\times\frac{1}{2} + R\times\frac{1}{4} + \cdots$$

$$V_t = R\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots\right)$$

$$V_t = R\left(\frac{\text{جمله اول}}{1 - \text{قدرنسبت}}\right) = R \times \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2R$$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مدارهایی که از هر طرف نامحدود هستند

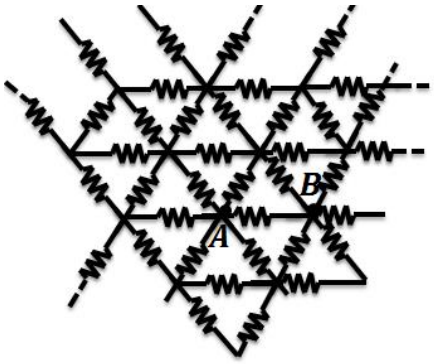
در این مدارات برای محاسبه مقاومت معادل، باید منبع تست v_t و i_t را بین دو نقطه مذکور اعمال کرد. به طوریکه جریان i_t یک بار به نقطه a وارد و بار دیگر از نقطه b خارج شود. یعنی در محاسبه v_t ، یک بار اثر وارد شدن جریان i_t به گره a و بار دیگر، اثر خارج شدن جریان i_t از گره b، در نظر گرفته می‌شود.

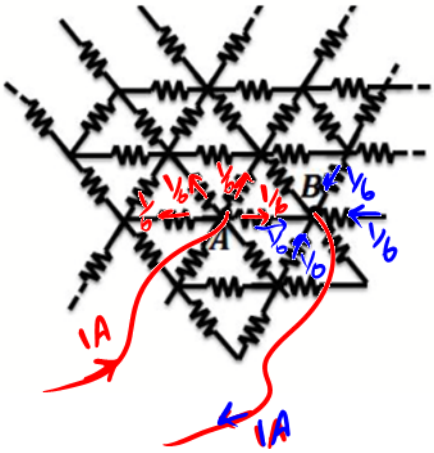
سوالات چهارگزینه ای

مثال ۳-۴۵) مقاومت دیده شده از سرهای A و B مدار شکل زیر چند اهم است؟ تمام مقاومت‌ها یکسان و برابر با R هستند. (تالیفی)

۱. $3R$
۲. $2R$
۳. $\frac{R}{3}$
۴. بی‌نهایت

پاسخ:



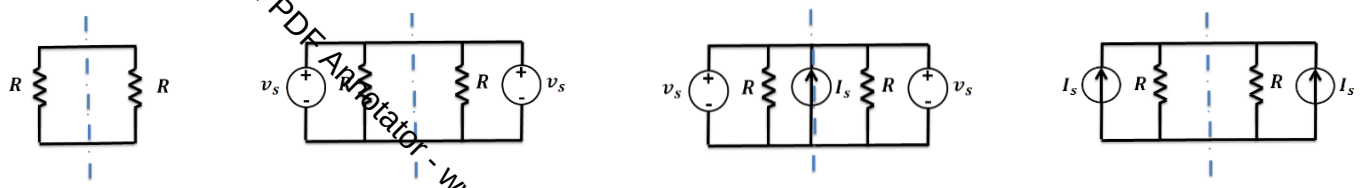


$$v_t = \left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)R = \frac{2}{6}R = \frac{1}{3}R$$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

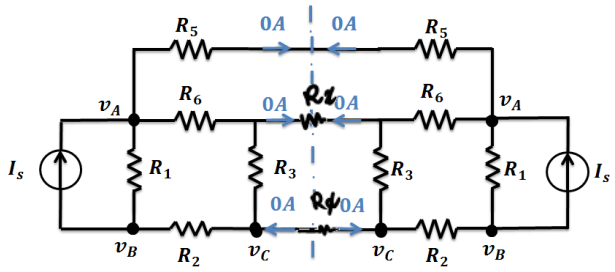
تقارن در مدارهای الکتریکی

برخی از مدارهای الکتریکی ساختاری متقارن دارند که به این سبب میتوان ، آن‌ها را ساده‌تر کرد. هر مدار متقارن یک محور تقارن دارد که اگر آن را روی محور تا بزنیم، المان های یکسان روی هم قرار میگیرند. شکل های زیر نمونه‌ای از مدارات متقارن هستند:



مدارهای متقارن بسته به هم جهت بودن یا نبودن منابع در دو طرف محور تقارن، دوحالت دارند:

۱. منابع هم جهت و هم پلاریته باشند (مد مشترک)



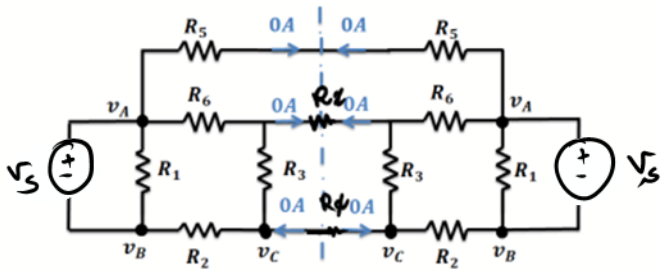
ولتاژ نقاط متناظر باهم برابر خواهد بود

$v_A = v_A$

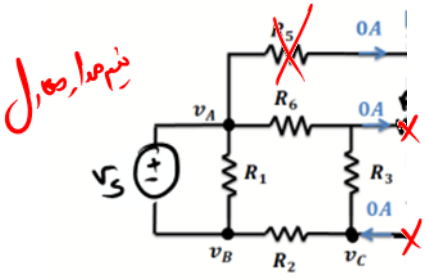
$v_B = v_B$

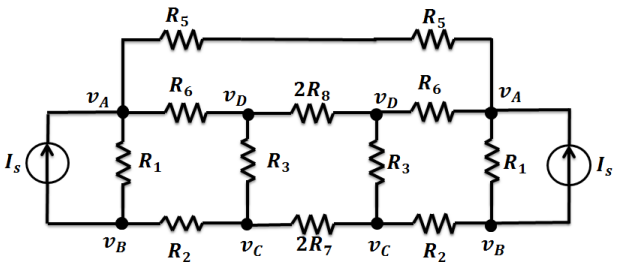
$v_C = v_C$

در نتیجه شاخه عرضی به محور تقارن حریانش صفر میشود.



میتوان نیم مدار معادل را تحلیل کنیم



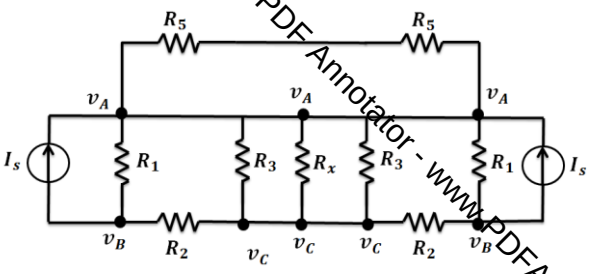

R_5
R_5
v_A
R_6
v_D
$2R_8$
v_D
R_6
v_A
I_s
R_1
R_3
R_3
R_1
I_s
v_B
R_2
v_C
$2R_7$
v_C
R_2
v_B

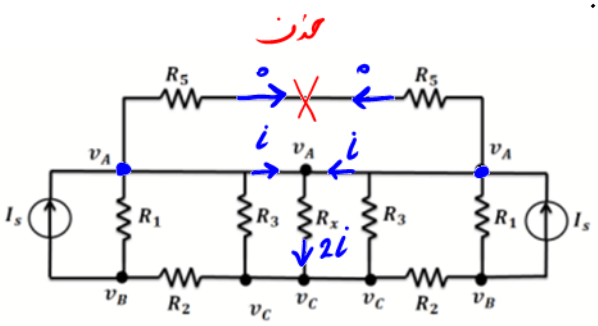
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات دست گرمی

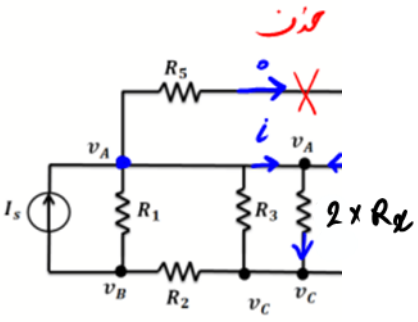
مثال ۳-۹) در مدار زیر نقاط هم پتانسیل را بیابید و نیم مدار سمت چپ را رسم کنید؟

پاسخ:



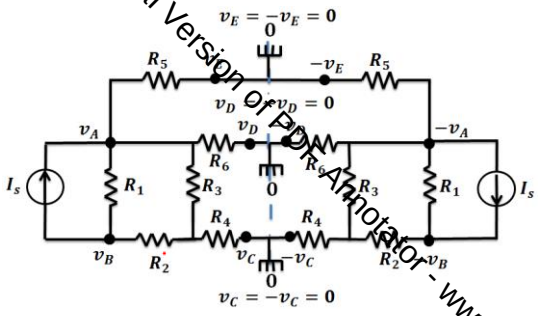


مقاومت روی محور تقارن در این مدل
برای نیم مدار معادل ۲ برابر می‌شود.



Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

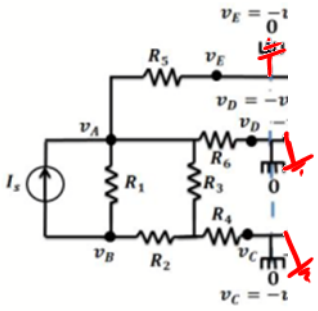
۲. منابع خلاف جهت هم و غیر هم پلاریته باشند تناضلی



ولتاژ گره‌های متناظر قرینه‌هم

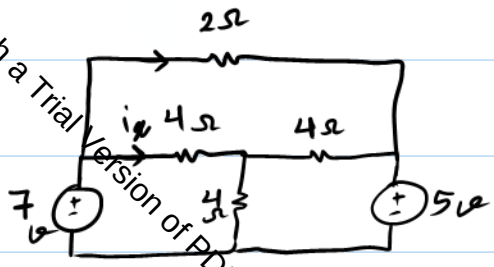
جریان‌های شاخه‌های متناظر خلاف جهت

ولتاژ دوسر متناظر تقارن صفر می‌شود.



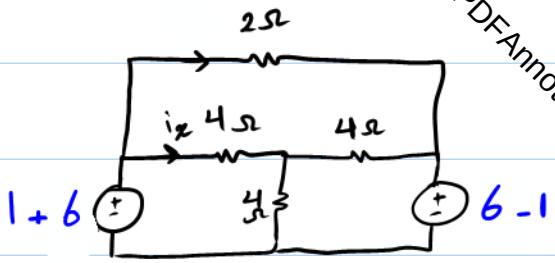
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال: این مدار را به کمک تعادل i_x بدست آورید.

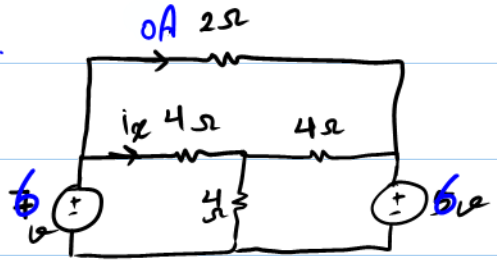


این مدار متعادل است ولی منابع برابر یا قرینه نیستند

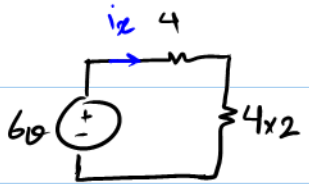
مدمقاومت ← $\frac{7+5}{2} = 6\Omega$



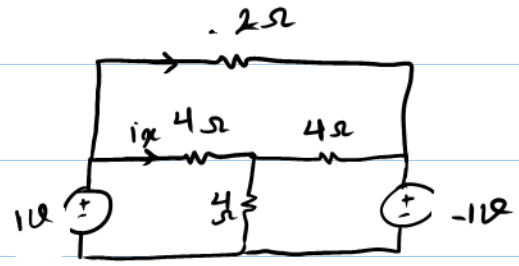
جمع آثار
صفرکردن

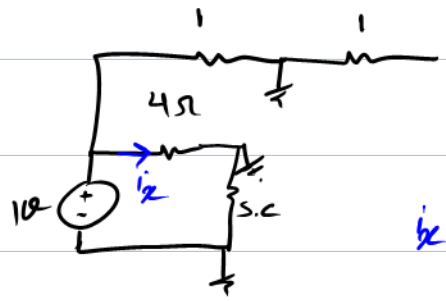


نیم‌مدار →



$i_x = \frac{6}{8+4} = \frac{1}{2}A$





$i_x = \frac{1}{4}$

جمع آثار $i_x = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

دلتری ۹۸

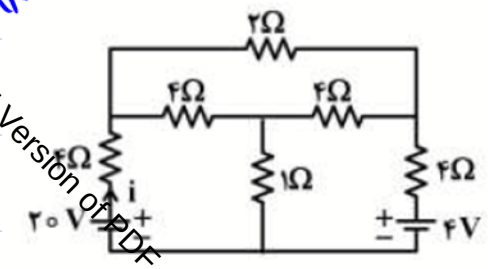
۱۶- در مدار مقاومتی زیر، جریان i چند آمپر است؟

۱) ۲/۵

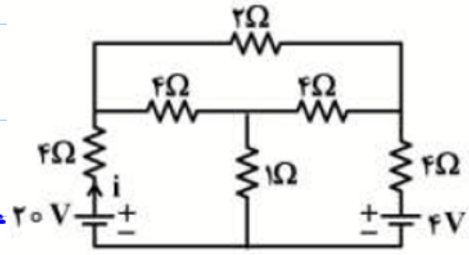
۲) ۳/۷

۳) $\frac{۴۳}{۱۵}$

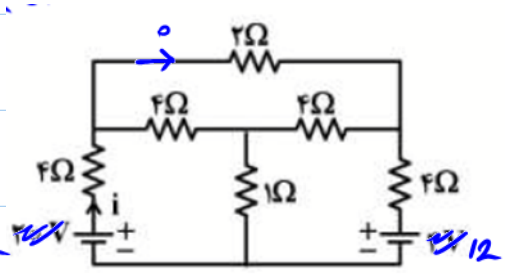
۴) $\frac{۵۳}{۱۵}$



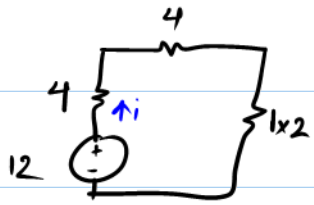
مدمشترک $\frac{20+4}{2}=12$



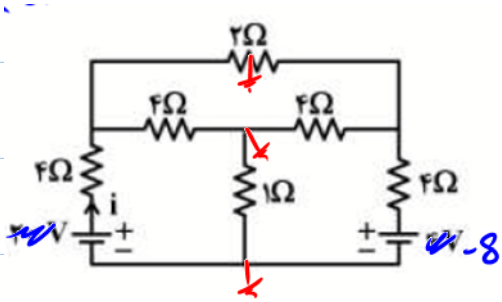
$12+8$ $12-8$

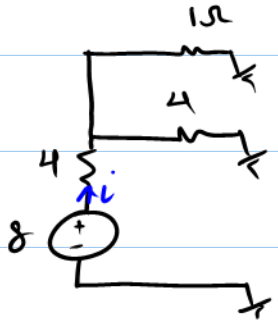


نیم‌مدار →



$i=\frac{12}{4+4+2}=\frac{12}{10}$





$i=\frac{8}{4\|4+4}=\frac{8}{\frac{4}{5}+4}=\frac{40}{24}$

$i=\frac{12}{10}+\frac{40}{24}=\frac{6}{5}+\frac{10}{6}=\frac{36+50}{30}=\frac{86}{30}=\frac{43}{15}$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

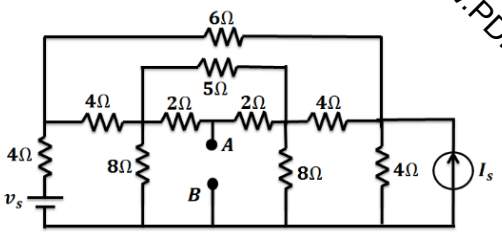
مقاومت معادل در مدارهای متقارن

در صورتی که مداری نسبت به یک محور افقی ، عمودی و یا مورب تقارن داشته باشد و مقاومت معادل را از دو سر خط تقارن بخواهیم، می‌توان مدار را نسبت به محور تقارن تا بزنیم. در این حالت تمام المان‌های دو طرف، بایکدیگر موازی می‌شوند.

سوالات دست گرمی

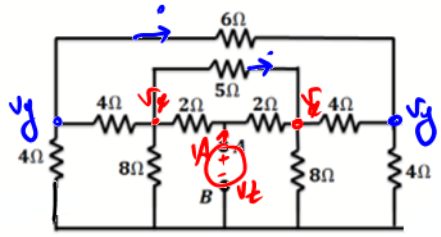
مثال ۳-۱۰) در مدار زیر مقاومت دیده شده از دو سر A و B چند اهم است ؟ (تالیفی)

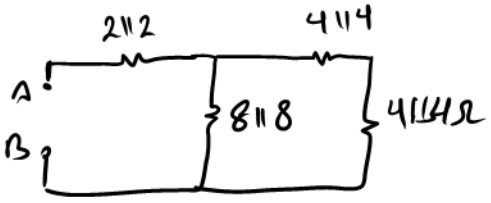
۱. ۶Ω
۲. ۳ Ω
۳. ۱/۵ Ω
۴. ۴/۵ Ω



سوال: استاد!!! این مدار اصلا متقارن نیست، چون منابع در دو طرف یکسان نیستند!!!

جواب: با خاموش کردن منابع مستقل مدار متقارن میشود.

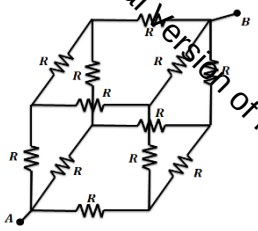




$R_{eq} = (2+2) \parallel 4 + 1\Omega = 3\Omega$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۱۱) در مدار زیر مقاومت دیده شده از دو سر A و B چند اهم است؟ (تالیفی)



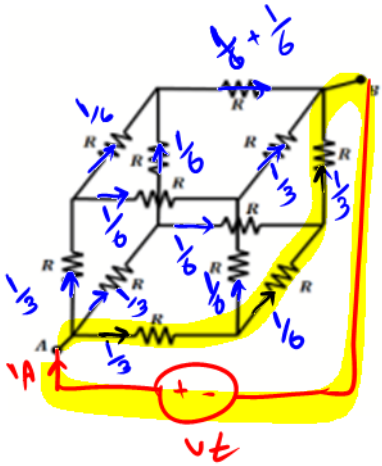
۱. $\frac{5R}{6}$

۲. $\frac{6R}{5}$

۳. $\frac{R}{6}$

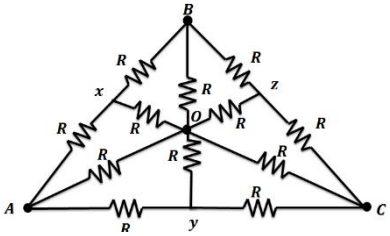
۴. $6R$

پاسخ:



$$R_t = \frac{1}{3}R + \frac{1}{6}R + \frac{1}{3}R = \frac{5}{6}R$$

مثال ۳-۱۲) در مدار زیر، مقاومت دیده شده از دو سر A و O چند اهم است ؟ $(R = ۲۰\ \Omega)$ (مهندسی برق- ۷۰)

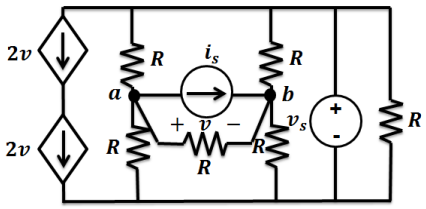


۱. ۹
۲. ۱.۸
۳. ۲.۱۵
٤. ۷.۵

پاسخ:

مثال ۳-۱۳) چه مقاومتی از دو سر منبع جریان i_s مستقل، از دو نقطه a و b دیده می‌شود؟(مهندسی برق- ۹۱)

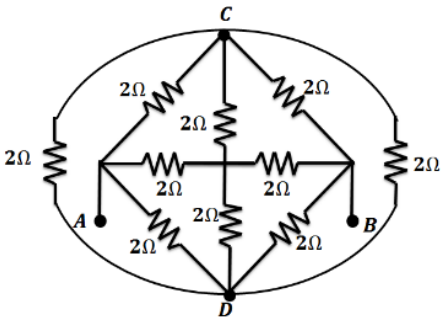
۱. $\frac{R}{۲}$
۲. R
۳. $۳R$
۴. $۲R$



پاسخ:

سوالات چهارگزینه ای

مثال ۳-۱۴) در مدار زیر، مقاومت دیده شده از دو سر A و B چند اهم است؟ (تالیفی)



۱. $\frac{4}{3}$

۲. $\frac{3}{2}$

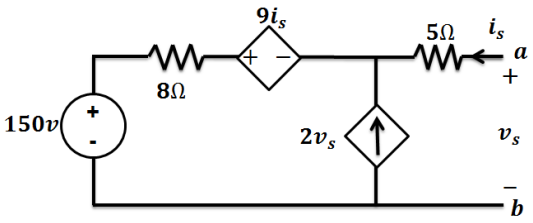
۳. $\frac{2}{3}$

۴. $\frac{1}{2}$

پاسخ:

سوالات چهارگزینه ای

مثال۳-۱۵) در شکل زیر ولتاژ معادل تونن بین a و b برابر ..... ولت و مقاومت معادل تونن برابر ..... اهم است؟(به ترتیب از راست به چپ)



۱. -10 ، $\frac{۴}{۵}$

۲. 10 ، $-\frac{۴}{۵}$

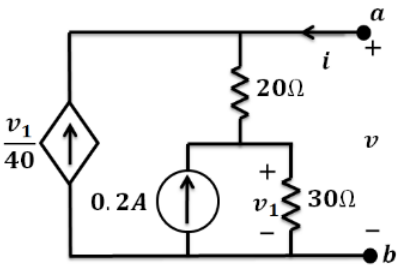
۳. -10 ، $-\frac{۴}{۵}$

۴. 10 ، $\frac{۴}{۵}$

پاسخ:

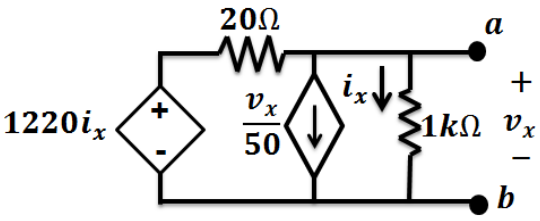
تمرین

تمرین۱: مقاومت تونن از دیدگاه دو نقطه a و b در مدار شکل زیر چند اهم است؟ (مهندسی برق- ۶۷)



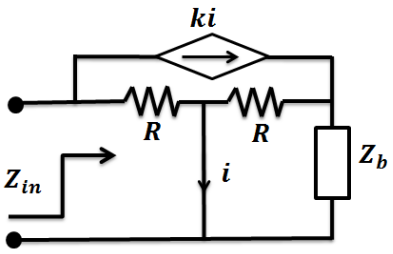
۱. ۱۰۰
۲. ۲۰۰
۳. ۳۰۰
٤. ۴۰۰

تمرین ۲: مشخصات مربوط به مدار معادل تونن شکل مقابل از کدام گزینه زیر بدست می‌آید؟ (مهندسی برق- ۷۰)



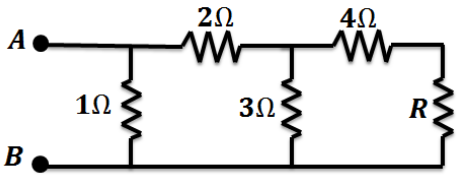
۱. $R_T = ۱۰۰\ \Omega, V_T = ۱۰\ v$
۲. $R_T = ۱۸۰\ \Omega, V_T = ۰\ v$
۳. $R_T = ۱۲۰\ \Omega, V_T = ۱۵\ v$
٤. $R_T = ۱۰۰\ \Omega, V_T = ۰\ v$

تمرین ۳: در شبکه زیر $\lim_{k\to\infty} Z_{in}$ چقدر است؟ (مهندسی برق- ۷۷)



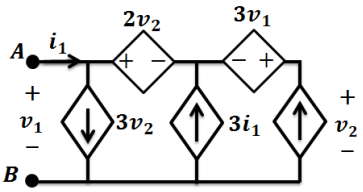
۱. $-Z_a$
۲. $Z_b - R$
۳. $Z_b + R$
٤. بی‌نهایت

تمرین ۴: در مورد مقاومت دیده شده R_{in} در دو سر A و B مدار شکل زیر کدام رابطه همواره برقرار است؟ (مهندسی برق- ۸۰)



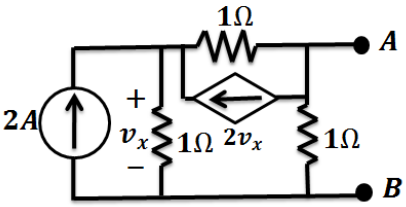
۱. $R_{in} < ۰.۶۵$
۲. $R_{in} < ۰.۷$
۳. $R_{in} < ۰.۷۵$
۴. $R_{in} < ۰.۸۵$

تمرین ۵: مقاومت دیده شده از سرهای A و B مدار شکل زیر چند اهم است؟ (مهندسی برق- ۸۰)



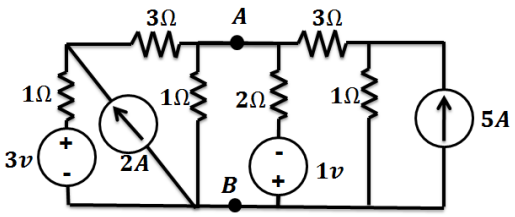
۱. صفر
۲. ۰.۵
۳. ۲
٤. بی‌نهایت

تمرین ۶: مقاومت دیده شده از سرهای A و B مدار شکل زیر چند اهم است؟ (مهندسی برق- ۸۱)



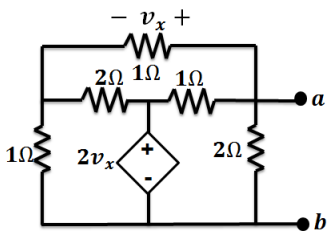
۱. صفر
۲. $\frac{۲}{۳}$
۳. ۱
۴. بی‌نهایت

تمرین ۷: در مدار مقابل مقدار v_{AB} چند ولت است؟ (مهندسی برق- ۸۲)



۱. ۱
۲. ۲
۳. $\frac{۱}{۲}$
٤. $\frac{۱}{۴}$

تمرین ۸: مقاومت دیده شده از سرهای a و b مدار شکل زیر کدام است؟ (مهندسی برق- ۸۲)



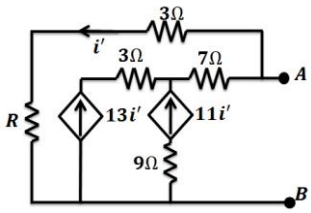
۱. $\frac{۴}{۷}$

۲. $\frac{۱۵}{۱۴}$

۳. $\frac{۷}{۴}$

۴. $\frac{۱۴}{۱۵}$

تمرین ۹: مقاومت معادل بین دو سر A و B مدار داده شده در شکل زیر کدام است؟ (مهندسی برق- ۸۴)



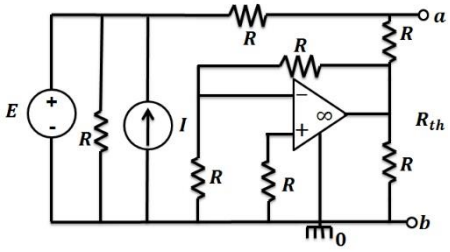
۱. $3R + 3/2$

۲. $2R - 1/5$

۳. $\frac{1}{4}R + 3$

۴. $\frac{2}{4}R + 2$

تمرین ۱۰: مدار معادل تونن از سرهای a و b کدام است؟($op-amp$ در ناحیه خطی و ایده‌آل است) (مهندسی برق- ۸۹)



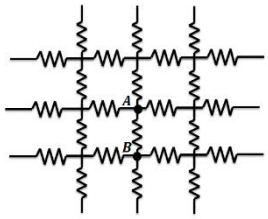
۱. $R_{th}=\frac{۲}{۳}R\ ،\ V_{th}=E+RI$

۲. $R_{th}=\frac{۱۰}{۱۱}R\ ،\ V_{th}=\frac{E+RI}{۲}$

۳. $R_{th}=\frac{۱}{۲}R\ ،V_{th}=\frac{E}{۲}$

۴. $R_{th}=R\ ،V_{th}=E$

تمرین ۱۱: در مدار شکل مقابل تمام مقاومت‌ها یک اهم هستند و از هر طرف به بی‌نهایت می‌رود. مقاومت دیده شده از سرهای A و B چیست؟ (مهندسی برق- ۶۸)



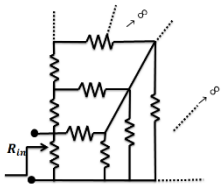
۱. ۱

۲. $\frac{1}{2}$

۳. $\frac{1}{4}$

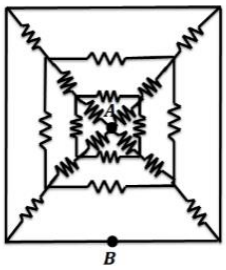
۴. $\frac{1}{8}$

تمرین ۱۲: اگر مقاومت کلیه شاخه‌ها برابر با R باشد مقاومت ورودی مدار را بیابید؟ (مهندسی برق- ۷۴)



۱. R
۲. $0.618\,R$
۳. $0.5\,R$
۴. $0.382\,R$

تمرین ۱۳: در مدار شکل مقابل تمام مقاومت‌ها یک اهم هستند. مقاومت دیده شده از سرهای A و B چیست؟ (مهندسی برق- ۷۷)



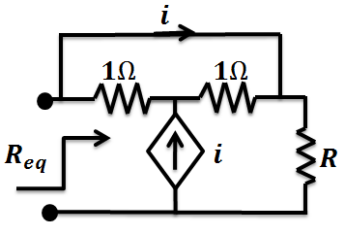
۱. $\frac{1}{4}$

۲. $\frac{1}{2}$

۳. $\frac{2}{3}$

۴. $\frac{3}{4}$

تمرین ۱۴: در مدار شکل مقابل R_{eq} برابر است با : (مهندسی برق- ۶۸)



۱. $2R$
۲. $3R$
۳. $\frac{1}{2}R$
۴. $\frac{1}{3}R$

تمرین ۱۵: مشخصه $v-i$ یک مقاومت به صورت زیر است:

$$v = ۲\, i + e^{-t} i - \frac{۱}{۲} v \cos ۲\, t$$

این مقاومت کدام ویژگی را دارا نیست؟(مهندسی برق- ۷۸)

۱. خطی ۲. فعال ۳. دو طرفه ۴. تغییرپذیر با زمان

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

قضیه جمع آثار در مدارهای الکتریکی

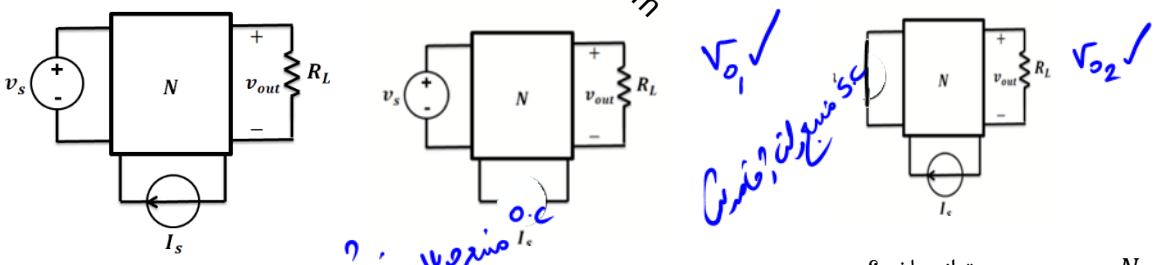
قضیه جمع آثار بیان می‌کند که ولتاژ یا جریان در المانی از یک مدار خطی با جواب یکتا برابر با جمع جبری ولتاژ یا جریانهای المان است که از عملکرد هر کدام از منابع به تنهایی ناشی شده باشد.

اصل جمع آثار از طریق محاسبه تاثیر هر کدام از منابع به صورت جداگانه به ما کمک می‌کند تا اقدام به آنالیز یک مدار با بیش از یک منبع مستقل کنیم.

به عنوان مثال در مدار خطی زیر برای محاسبه ولتاژ خروجی می توان به دو روش عمل کرد.

۱. در حضور همه منابع ، ولتاژ خروجی را محاسبه کنیم.

۲. اثر هر منبع را به صورت جداگانه روی ولتاژ خروجی محاسبه کرده و در انتها با هم جمع بزنیم.



سوال: استاد شبکه N هر چیزی می تواند باشد؟

جواب: بله هر مدار خطی فاقد منبع مستقل

$V_o = V_{o_1} + V_{o_2}$

خاصیت همگنی :

اگر پاسخ مدار به ورودی $x(t)$ برابر با $y(t)$ باشد، آن‌گاه پاسخ مدار به ورودی $\alpha x(t)$ برابر با $\alpha y(t)$ خواهد بود. یعنی اگر ورودی در عددی ضرب شود خروجی نیز در آن عدد ضرب می‌شود.

خاصیت جمع پذیری :

اگر پاسخ مدار به ورودی $x_1(t)$ برابر با $y_1(t)$ و پاسخ مدار به ورودی $x_2(t)$ برابر با $y_2(t)$ باشد ، پاسخ مدار به اعمال همزمان $x_1(t)$ و $x_2(t)$ برابر با مجموع پاسخ‌های مدار به تک تک ورودی‌ها خواهد بود.

بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که در هر مدار خطی:

$$x_1(t) \longrightarrow y_1(t)$$
$$x_2(t) \longrightarrow y_2(t)$$
$$x_1(t) + x_2(t) \xrightarrow{\text{اعمال}} y_1(t) + y_2(t)$$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سوال: استاد!!! α و β هر مقداری می توانند داشته باشند ؟

جواب: بله به شرطی که مدار خطی بماند

سوال: استاد آیا جمع آثار در مورد همه کمیت‌های الکتریکی مثل جریان، ولتاژ و توان برقرار است؟

جواب:

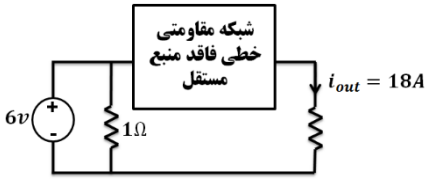
اما برای اعمال قضیه جمع آثار باید به چند نکته توجه کنیم:

نکته ۱: قضیه جمع آثار به جایگاه اولیه ورودی ها حساس است. یعنی اگر پاسخ به ورودی $x(t)$ برابر با $y(t)$ باشد، آن‌گاه پاسخ مدار به ورودی $\alpha x(t)$ از همان مکان اولیه اعمال $x(t)$ برابر با $\alpha y(t)$ خواهد بود.

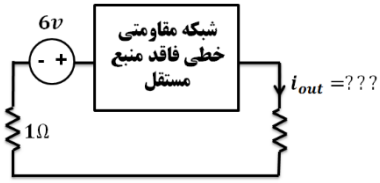
مثلا در مدار زیر جریان خروجی به ازای منبع ولتاژ v ۲ از مکان داده شده برابر با A ۶ است.



اگر منبع ولتاژی به صورت مقابل به مدار اعمال شود چون منبع ولتاژ ۳ برابر شده است جریان خروجی نیز ۳ برابر می‌شود.



اما در مورد حالت زیر نمی توان نظری داد چون محل اعمال ورودی به مدار تغییر کرده است.



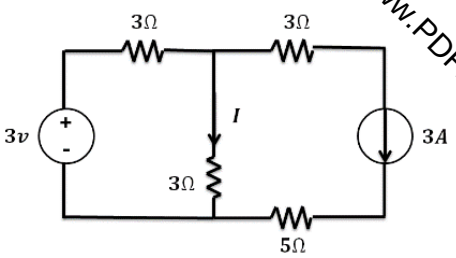
نکته۲: باید در هر زمان فقط یکی از منابع مستقل روشن باشد و بقیه منابع را خاموش فرض کنیم. برای خاموش کردن، منابع ولتاژ را صفر ولت (اتصال کوتاه) و منابع جریان را برابر با صفر آمپر (مدار باز) در نظر می‌گیریم. در این صورت مدار حاصل بسیار ساده‌تر قابل تجزیه و تحلیل است

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

نکته ۳ : در هنگام بررسی اثر هر منبع مستقل، منابع وابسته را خاموش نمی‌کنیم؛ زیرا توسط متغیرهای مدار کنترل می‌شوند

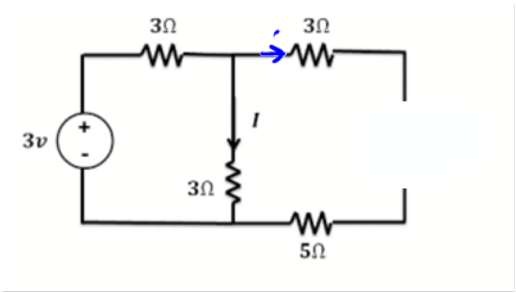
سوالات چهارگزینه ای

مثال ۳-۴۶) در مدارزیرجریان **I** ناشی از منبع جریان چند برابر جریان **I** ناشی ازمنبع ولتاژ است.

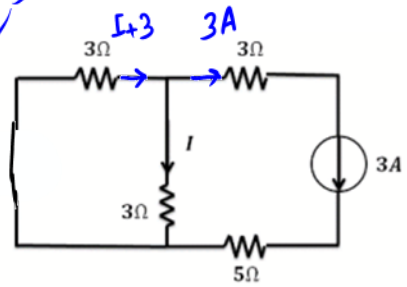


۱. ۱
۲. ۳
۳. ۱−
۴. ۳−

پاسخ:



$$I = \frac{3}{3+3} = \frac{1}{2}$$



$$3(I+3)+3I=0 \rightarrow 6I=-9$$

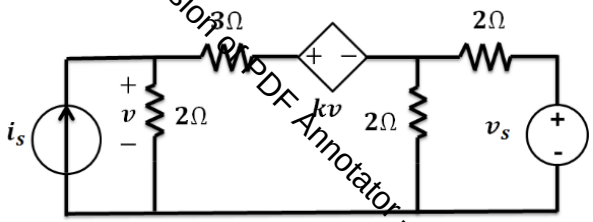
$$I=\frac{-9}{6}=\frac{-3}{2}$$

$$I=-3\frac{3}{3+3}=-\frac{9}{6}$$

$$\frac{I_x}{I}=\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{3}{2}}=-\frac{1}{3}$$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۴۷) در مدار شکل زیر به ازای چه مقدار k، ولتاژ ناشی از i_s برابر نصف آن می‌شود؟ (مهندسی -برق ۹۰)



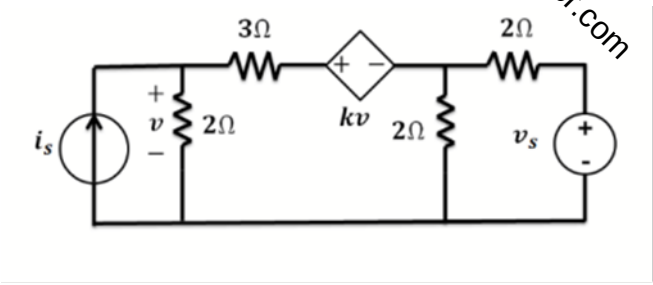
۱. $\frac{1}{2}$

۲. ۱

۳. ۵ −

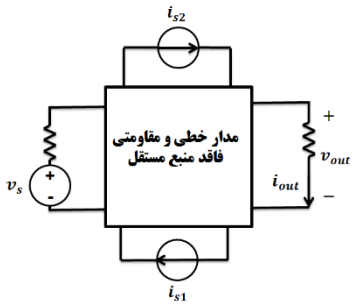
٤. هیچ مقدار k، چون این مدار جواب یگانه ندارد.

پاسخ:



تاثیر منابع مستقل روی خروجی جعبه سیاه

مدار خطی و مقاومتی ، فاقد منبع مستقل را به صورت یک جعبه سیاه در نظر بگیرید. در یک مدار خطی سیگنال خروجی ترکیب خطی از تک تک ورودی‌هاست به عنوان مثال در مدار زیر:



$$i_{out} = \alpha v_s + \beta i_{s1} + \gamma i_{s2}$$
$$v_{out} = \mu v_s + \rho i_{s1} + \tau i_{s2}$$

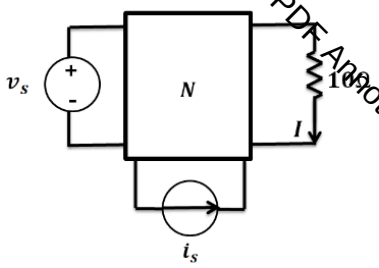
سوال: اگر داخل جعبه سیاه منبع دیگری وجود داشته باشد تکلیف چیست؟

جواب:

Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات چهارگزینه ای

مثال ۳-۴۸) مدار N شامل تعدادی مقاومت خطی و منابع وابسته است. دو آزمایش زیر انجام می‌گیرد. برای $v_s = ۱۵\ v$ و $i_s = ۹\ A$ مقدار I بر حسب آمپر چقدر است؟ (معماری کامپیوتر –۸۸)



الف) برای $v_s = ۷\ v$ و $i_s = ۳\ A$ به دست می‌آوریم $I = ۱\ A$

ب) برای $v_s = ۹\ v$ و $i_s = ۱\ A$ به دست می‌آوریم $I = ۳\ A$

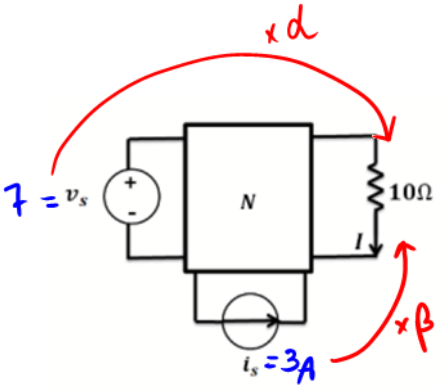
۱. ۰.۳

۲. ۰.۶

۳. ۳

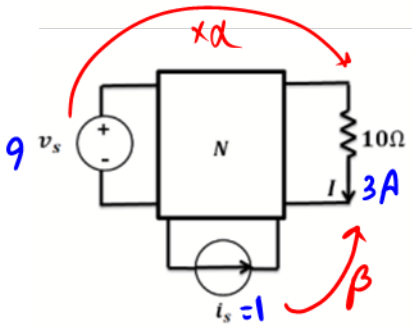
۴. ۶

آنالیز الف



$I = \alpha v_s + \beta i_s$

$1 = 7\alpha + 3\beta$ (۱)



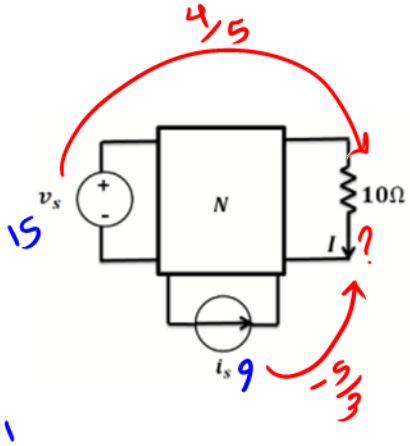
$3 = 9\alpha + \beta$ (۲)

$$\begin{cases} 1 = 7\alpha + 3\beta \\ 3 = 9\alpha + \beta \end{cases}$$

$-8 = -20\alpha \rightarrow \alpha = \frac{8}{20} = \frac{4}{5}$

$1 = \frac{28}{5} + 3\beta \rightarrow -25 = 15\beta$

$\beta = \frac{-25}{15} = \frac{-5}{3}$

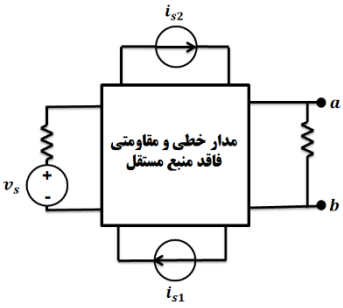


$I_{new} = \frac{4}{5} \times 15 + \frac{-5}{3} \times 9 = 12 - 15 = -3$

۱

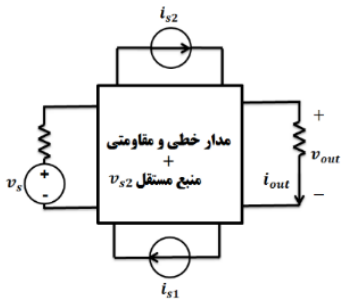
مدار معادل تونن یا نورتن جعبه سیاه

شبکه مقاومتی و خطی زیر را در نظر بگیرید. ولتاژ تونن و جریان نورتن ، ترکیب خطی از ورودی ها یا همان منابع مستقل مدار است.



$$v_{th} = \alpha v_s + \beta i_{s1} + \gamma i_{s2}$$
$$i_N = \mu v_s + \rho i_{s1} + \tau i_{s2}$$

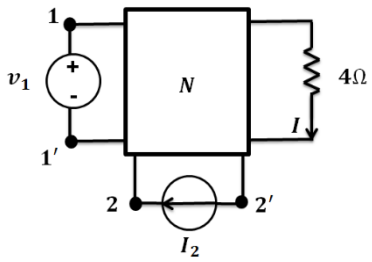
اگر داخل جعبه سیاه منبع مستقل دیگری وجود داشته باشد باید اثر آن منبع را نیز در محاسبه ولتاژ تونن و جریان نورتن لحاظ کنیم.
مقاومت تونن مستقل از منابع مستقل مدار است.



$$v_{th} = \alpha v_s + \beta i_{s1} + \gamma i_{s2} + \eta v_{s2}$$
$$i_N = \mu v_s + \rho i_{s1} + \tau i_{s2} + \lambda v_{s2}$$

سوالات چهارگزینه ای

مثال۳-۴۹) در شکل زیر شبکه N مقاومتی، خطی و تغییر ناپذیر با زمان می‌باشد. اگر $v_1 = ۳\ v$ و $I_2 = ۳\ A$ انتخاب گردند $I = ۶\ A$ می‌شود. اگر قطب ۱،۱′ اتصال کوتاه و $I_2 = -۲\ A$ باشد، مقدار $I = ۲\ A$ بدست خواهد آمد. اکنون $v_1 = -۲$ و قطب ۲،۲′ مدار باز می‌شود، در این حالت I برابر خواهد بود با:



۱. ۶- آمپر

۲. ۶ آمپر

۳. ۴ آمپر

٤. هیچ کدام

پاسخ:

سوال: استاد اگر به تغییر ناپذیر با زمان بودن شبکه تاکید نمی‌کرد بازهم می‌شد از این روش استفاده کنیم؟

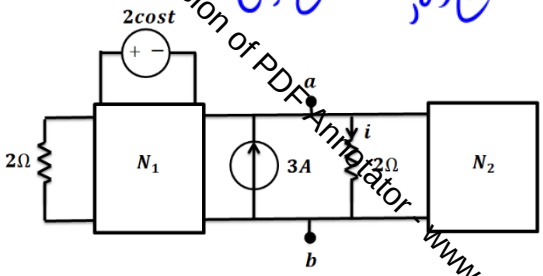
جواب:

Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۵۰) در مدار زیر N_1 و N_2 مقاومتی خطی و فاقد منابع مستقل هستند و $i = 2 - \frac{1}{5}\,cost$ است.

الف) اگر مقدار منبع جریان A ۴ شود i چند آمپر خواهد شد؟

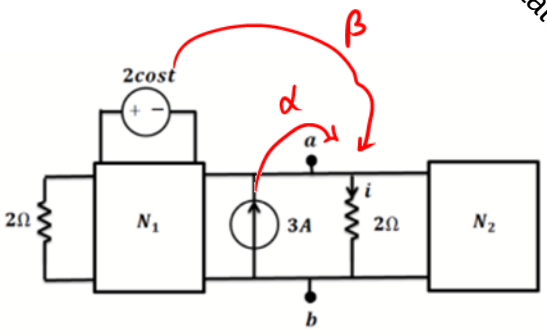
ب) مقاومت معادل از دو سر a و b چند اهم است؟



پاسخ:

$i =$

$i =$

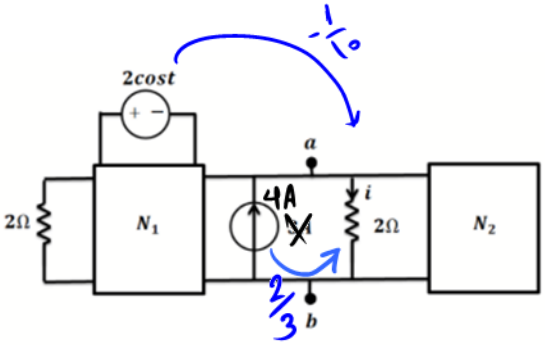


$i = 3\alpha + 2cost\,\beta$

$i = 2 - \frac{1}{5}\,cost$

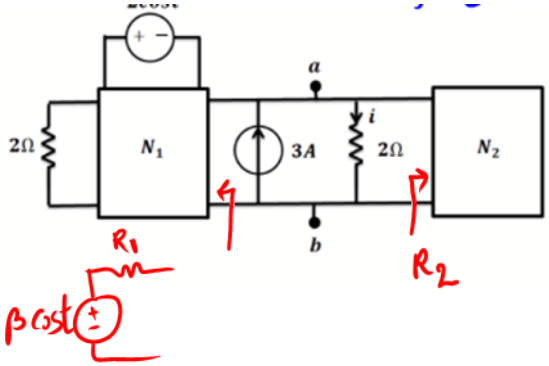
$3\alpha = 2 \rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$

$2\beta = -\frac{1}{5} \rightarrow \beta = -\frac{1}{10}$



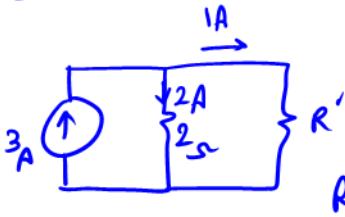
$i_{new} = 4 \times \frac{2}{3} + 2cost \times -\frac{1}{10}$

ب)



برای راحتی کار منبع cost را خاموش می‌کنیم و 3A را خاموش می‌کنیم روی i اثر دارد.





KVL: $2 \times 2 = R'$

$R' = 4\Omega$

$R_{eq} = R' \| 2 = 4 \| 2 = \frac{4}{3}\Omega$

Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

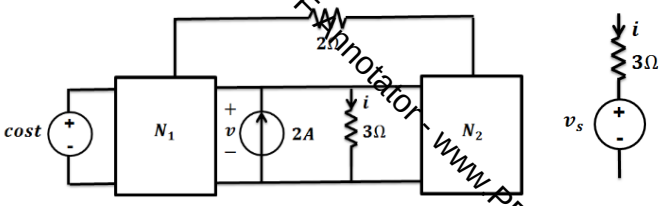
مثال ۳-۵۱) در مدار زیر N_1 و N_2 از مقاومت‌های خطی مثبت تشکیل شده اند و $v = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\,cost$ ولت است. اگر منبع ولتاژ $v_s = 12$ ولت را با مقاومت $3\,\Omega$ به صورت زیرسری کنیم، جریان i به اندازه...

۱. $\frac{11}{3}$ آمپر کم می شود.

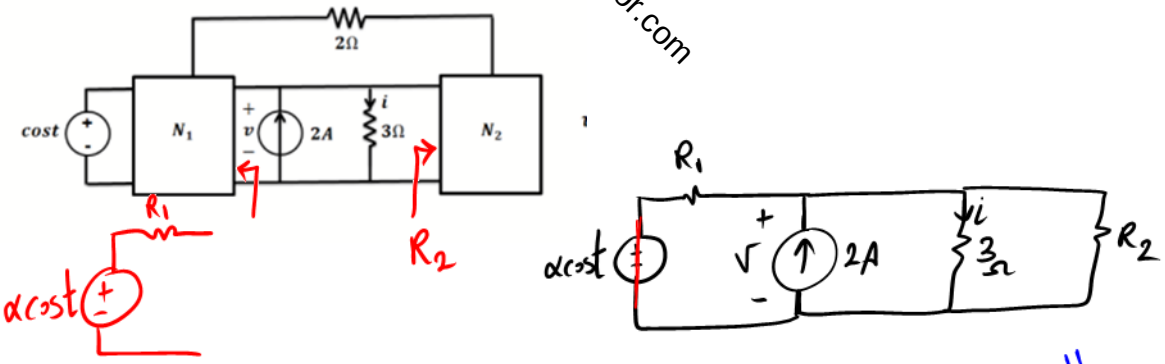
۲. ۳ آمپر کم می شود.

۳. ۴ آمپر کم می شود.

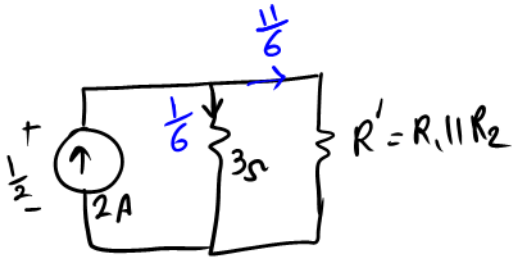
۴. ۴ آمپر اضافه می شود.



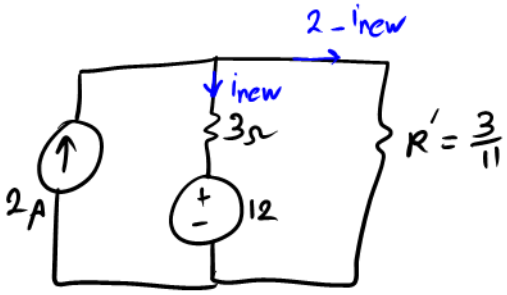
پاسخ:



$\alpha cost = 0$



$KVL: \quad 3 \times \frac{1}{6} = \frac{11}{6} R' \rightarrow R' = \frac{3}{11}$



$3 i_{new} + 12 = (2 - i_{new}) \frac{3}{11}$

$i_{new} = -\frac{7}{2}$

$i_{old} = \frac{1}{6}$

$\Delta i = -\frac{7}{2} - \frac{1}{6} = \frac{-21-1}{6} = -\frac{11}{3}$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

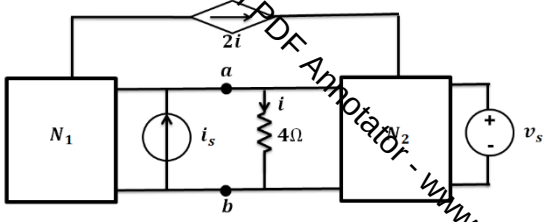
مثال ۳-۵۲) در مدار زیر(با فرض جواب یکتا) N_1 و N_2 از مقاومت‌های خطی تشکیل شده و $i = \frac{2}{7}(v_s + i_s)$ می‌باشد. به جای مقاومت ۴ Ω چه مقاومتی را بگذاریم تا مقاومت کل مدار از دو سر a و b برابر $\frac{8}{9}\Omega$ شود؟(برق ۸۶)

۱. $\frac{8}{7}\Omega$

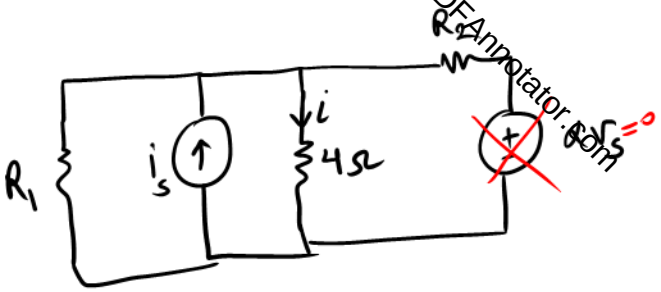
۲. $\frac{8}{5}\Omega$

۳. ۲ Ω

۴. ۴ Ω

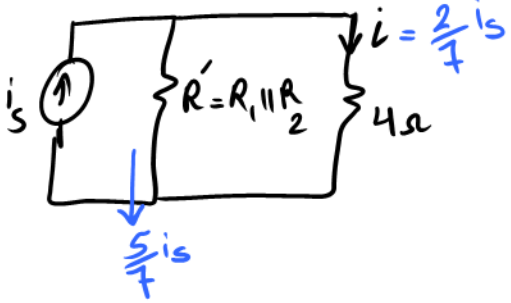


پاسخ:



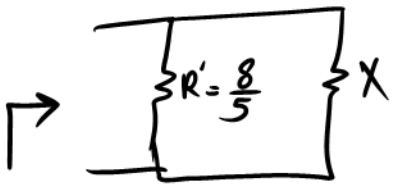
$$i = \frac{2}{7}v_s + \frac{2}{7}i_s$$

if $v_s = 0 \rightarrow i_s = \frac{2}{7}i_s$



KVL: $R' \times \frac{5}{7}i_s = 4 \times \frac{2}{7}i_s$

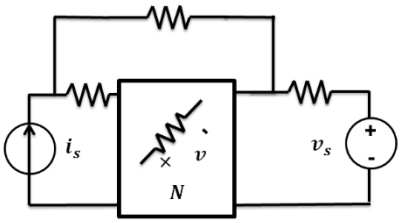
$$R' = \frac{8}{5}$$



$$R_{eq} = \frac{8}{9} \rightarrow \frac{8}{9} = \frac{\frac{8}{5}X}{\frac{8}{5}+X} \rightarrow \frac{9}{5}X = \frac{8}{5}+X$$

$$\frac{4}{5}X = \frac{8}{5} \rightarrow X = 2\Omega$$

مثال ۳-۵۳) در مدار مقاومتی خطی با جواب یگانه و با منابع مستقل $v_s = ۲ + cost$ و $i_s = ۳\ \text{A}$ ولتاژ v در داخل N برابر $v = \frac{۱}{۲} cost + ۳$ است. بدون تغییر v_s مقدار i_s را چند برابر کنیم تا بیشترین مقدار v برابر با ۵ ولت شود؟(برق ۹۱)



۱. $\frac{۱}{۲}$

۲. $\frac{۱}{۳}$

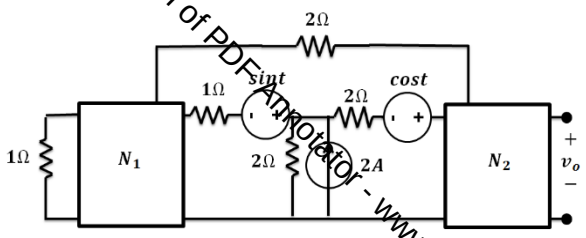
۳. $\frac{۷}{۴}$

٤. $\frac{۲}{۳}$

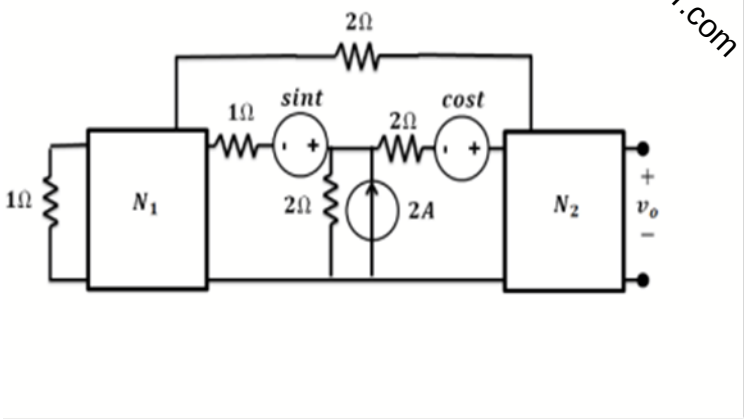
پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۵۴) در مدار زیر شبکه‌های N_1 و N_2 مقاومتی خطی و بدون منابع مستقل هستند اگر ولتاژ خروجی $v_o = \alpha sint + ۰.۲\, cost - ۰.۴$ باشد α کدام است؟



پاسخ:



Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۵۵) در مدار مقاومتی خطی با جواب یگانه زیر، اگر $i_s = ۵\sin ۲t + ۴$ آمپر باشد، در جریان $i_۱$ یکی از جملات برابر با $-\frac{۱}{۵}cost$ است. جمله ثابت در $i_۱$ کدام است؟($N_۱$ بدون منبع مستقل است.) (برق ۹۲)

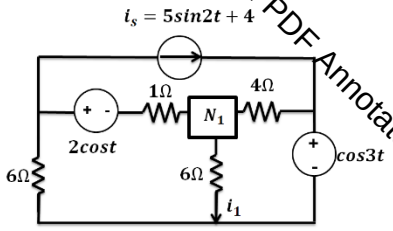
۱. ۶-

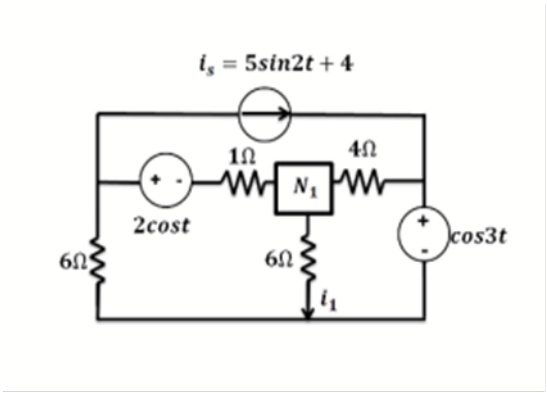
۲. ۲/۴-

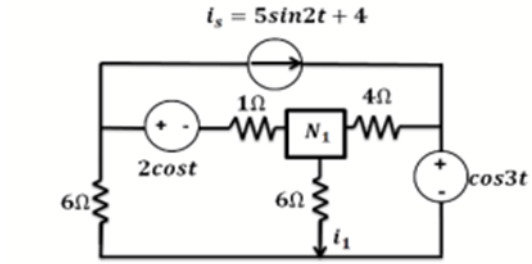
۳. ۰/۴-

٤. ۴

پاسخ:

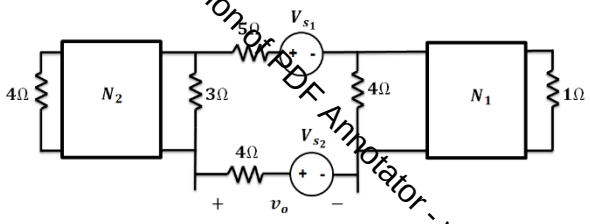






Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۳-۵۶) در شکل زیر شبکه‌های N_1 و N_2 تنها از مقاومت‌های خطی و منابع وابسته خطی تشکیل شده اند. ولتاژ خروجی برابر است با $v_o = \frac{2}{5} v_{s_1} + \beta v_{s_2}$، ضریب β کدام است؟



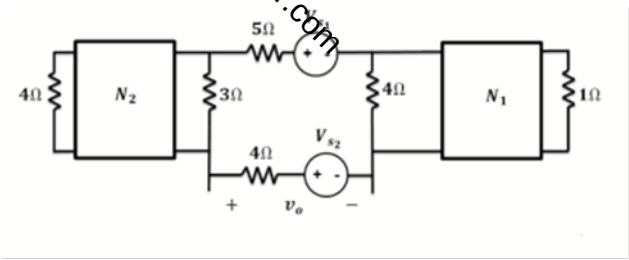
۱. ۰.۶

۲. ۰.۴

۳. ۲.۵

۴. ۰.۳−

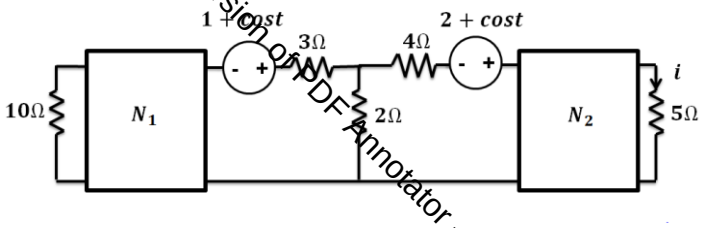
پاسخ:



Produced with a Trial Version of PDFAnnotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۵۷) در شکل زیر، شبکه‌های N_1 و N_2 مقاومتی خطی و تغییرناپذیر با زمان هستند. در شکل۱، جریان i برابر $7+cost$ ۵ است.

درشکل۲، جریان i چند آمپر است؟



۱. $-۲+۲\,sint$

۲. $۲+۲\,sint$

۳. $۶+۲\,sint$

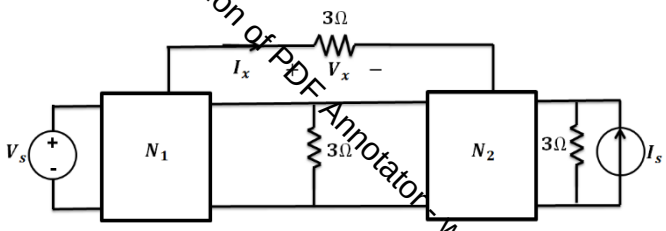
٤. $-۶+۲\,sint$

پاسخ:

شکل سوال ناقص

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۳-۵۸) در شکل زیر، شبکه‌های N_1 و N_2 از مقاومت‌های خطی LTI تشکیل شده اند. به ازاء $V_s = 1 + cost$ و $i_s = 3$ جریان $I_x(t=0) = 1\ A$ و $I_x\left(t=\frac{\pi}{2}\right) = -1\ A$ است. اگر به ازای $i_s = 5\ A$ و $V_s = A\cos 2t$ مقدار $V_x(0) = 5\ v$ شود مقدار A کدام است؟



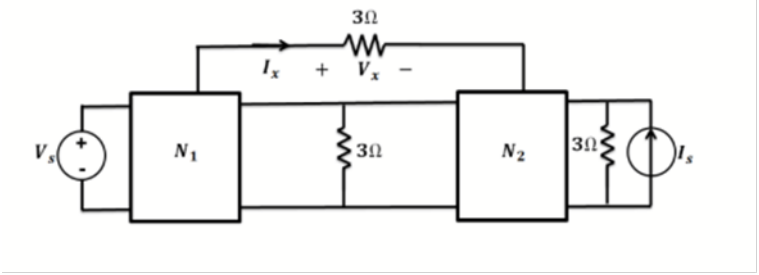
۱. $\frac{10}{3}$

۲. $\frac{3}{10}$

۳. $\frac{4}{10}$

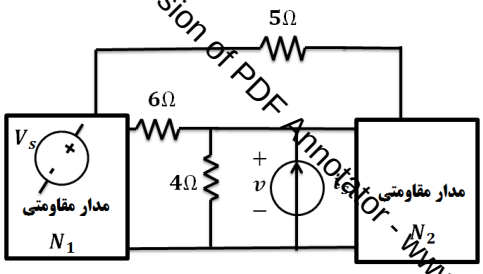
۴. $\frac{10}{4}$

پاسخ:



Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۵۹) در مدار زیر با مقاومت‌های خطی و منابع مستقل v_s و i_s می‌دانیم که $v = ۳i_s + v_s$ است. به جای مقاومت $۴\ \Omega$ چه مقاومتی (بر حسب اهم) بگذاریم تا توان مصرفی منبع جریان i_s سه برابر شود؟



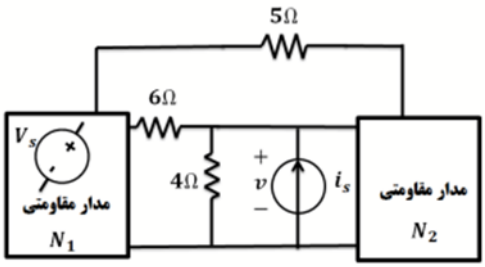
۱. ۱۲

۲. ۱۶

۳. ۳۶

٤. ۲۴

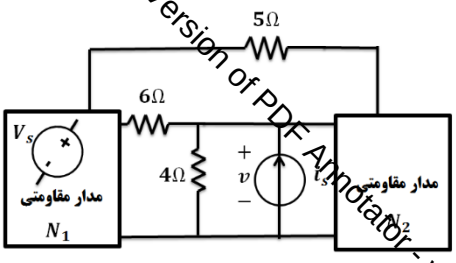
پاسخ:



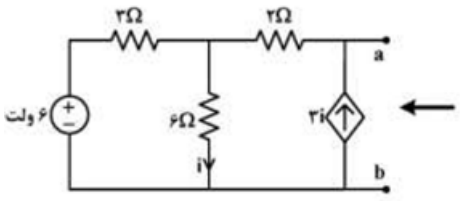
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال ۳-۶۰) در مدار زیر با مقاومت‌های خطی و منابع مستقل v_s و i_s می‌دانیم که $v = 3i_s + v_s$ است. منابع v_s و i_s چه تغییری کنند تا توان مصرفی مقاومت $4\ \Omega$ چهار برابر شود؟

پاسخ:



مثال ۳-۶۱) مدار معادل شکل زیر از دو سر a و b کدام است؟



۱. یک منبع جریان نابسته

۲. یک منبع ولتاژ نابسته

۳. یک مقاومت

٤. یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت