Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

فصل چهارم:مدارهای مقاومتی غیرخطی

در این فصل به بررسی و تحلیل مدارات مقاومتی غیرخطی، روش‌های ترسیمی، دیود و مدارات دیودی میپردازیم.

مقاومت غیرخطی

مقاومتی که مشخصه $v-i$ آن خط راست گذرنده از مبدا نباشد را مقاومت غیرخطی گوییم. یک مقاومت غیرخطی کل مدار مقاومتی را غیرخطی می‌کند.

$v=2i+3$ $\quad v=i^2$ $\quad v=\frac{1}{i}+3$

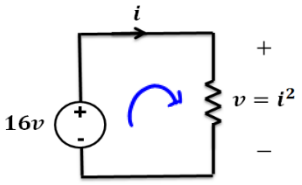
خطی $v=\alpha i$

نقطه کار مدارهای غیرخطی

مقادیر ولتاژها ، جریان‌ها، بارهای الکتریکی و شار الکتریکی صادق در معادلات KVL ، KCL و روابط مدار را نقطه کار می‌گوییم. یک مدار غیرخطی ممکن است چندین نقطه کار داشته باشد.

سوالات دست گرمی

مثال ۳-۱) شکل زیر نمونه ای از یک مدار مقاومتی غیرخطی است



KVL: $16=v$, $v=i^2$ $\Rightarrow 16=i^2 \Rightarrow i=+4,\ i=-4$

این مدار دو نقطه کار ($+4$) و (-4) دارد.

سوال: استاد یه سوال، چه طور ممکنه یک مدار دوتا جریان داشته باشه؟

جواب:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

روش‌های تحلیل مدارهای غیرخطی

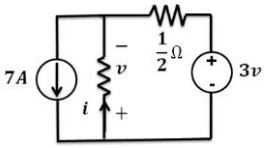
تحلیل مدارهای غیرخطی به دو روش کلی انجام می‌شود: ۱- روش عددی ۲-روش ترسیمی

روش عددی

در این روش، معادلات جریان و ولتاژ مدار را به همراه روابط ریاضی المان‌ها نوشته و دستگاه معادلات جبری حاصل را که یک دستگاه غیرخطی است حل می‌نمائیم. به شرط وجود جواب برای دستگاه مدل مدار، جواب مدار فیزیکی یکی از جواب‌های مدل مدار است. برای راحتی حل مساله می‌توان به جای مدار خطی معادل تونن آن را از دید المان غیرخطی قرار داد.

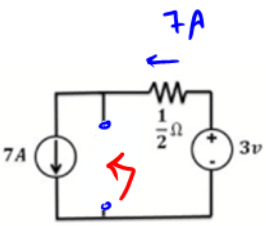
سوالات دست گرمی

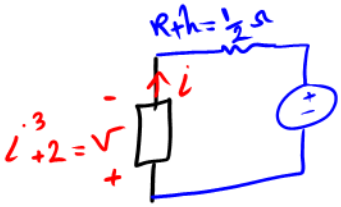
مثال۳-۲) در مدار غیر خطی زیر، معادله مشخصه مقاومت غیرخطی به صورت $v = i^3 + 2$ است. نقاط کار مدار را بدست آورید.



پاسخ:

روش اول: می‌توان از دید المان غیرخطی، مدار معادل تونن قرار داد، روش دوم: kcl وkvl





$v_{th} = 3 - \frac{1}{2}\times 7 = -\frac{1}{2}$

$v_{th} = -\frac{1}{2}$

KVL: $v + \frac{1}{2}i - \frac{1}{2}$

$v = i^3 + 2$

$i^3 + 2 + \frac{1}{2}i - \frac{1}{2} = 0$

$i^3 + \frac{1}{2}i + \frac{3}{2} = 0$ ۳ جواب دارد

$i^3 + \frac{1}{2}i + \frac{3}{2} = 0 \rightarrow i = -1$ فاکتور $(i+1)$

۲ تا جواب

$(i+1)(\text{معادله درجه ۲}) = 0 \rightarrow (i+1)(i^2 - i + \frac{3}{2}) = 0$

۲ جواب دیگر

$\frac{+1 \pm \sqrt{1-6}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-5}}{2} = \frac{1 \pm i\sqrt{5}}{2}$

$i^3 + \frac{1}{2}i + \frac{3}{2} \;\big|\; i+1$

$i^2 - i + \frac{3}{2}$

$-(i^3 + i^2)$

$-i^2 + \frac{1}{2}i + \frac{3}{2}$

$-(-i^2 - i)$

$\frac{3}{2}i + \frac{3}{2}$

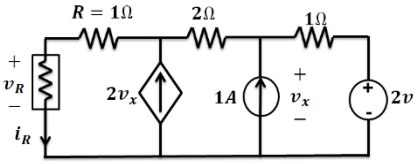
$\frac{3}{2}i + \frac{3}{2} = 0$

0

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

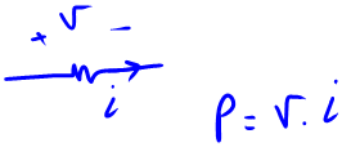
سوالات چهارگزینه ای

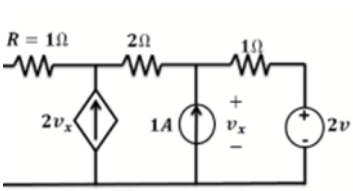
مثال۴-۳) در مدار شکل زیر یک مقاومت غیرخطی با رابطه $i_R = \frac{v_R}{۲} + \frac{۵}{۶} v_R^۲$ وجود دارد، توان مقاومت R چند وات است؟



۱. $۱۲\ w$
۲. $۱۸\ w$
۳. $۳۶\ w$
۴. $۵۴\ w$

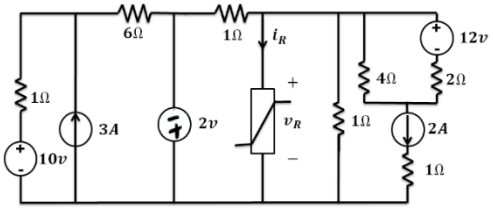
پاسخ:





Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۴-۴) در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت غیرخطی بامشخصه $V_R = \frac{3}{2} i_R^3$ چند وات است؟ (ارشد برق۹۴)



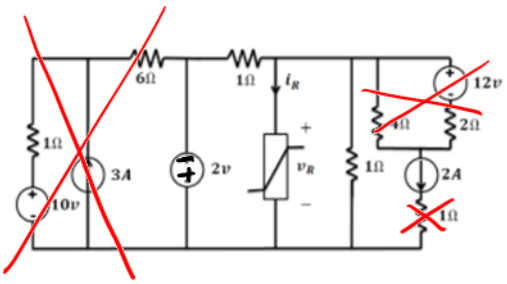
۱. $\frac{1}{2}$

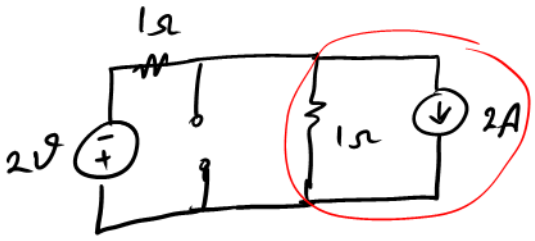
۲. $\frac{2}{2}$

۳. $\frac{2}{2}$ ✓

۴. ۳

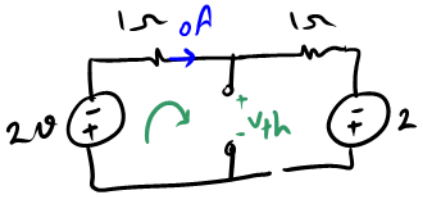
پاسخ:



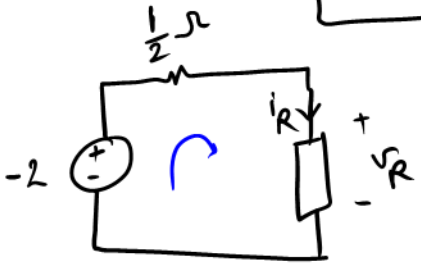




$R_{th} = 1\Omega \| 1\Omega = \frac{1}{2}\Omega$



$v_{th} = -2v$



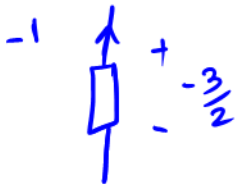
$2 + \frac{1}{2} i_R + v_R = 0$

$v_R = \frac{3}{2} i_R^3$

$2 + \frac{1}{2} i_R + \frac{3}{2} i_R^3 = 0$

یکی از جواب $i_R = -1$

$v_R = -\frac{3}{2}$

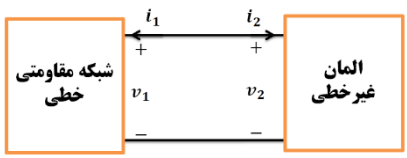


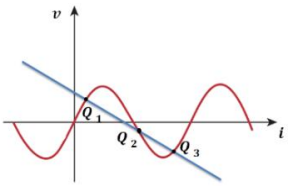
$P = -\frac{3}{2} \times -1 = \frac{3}{2} W$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

روش ترسیمی

در تحلیل مدارهای غیرخطی متصل به یک شبکه مقاومتی، از دید المان یا شبکه غیرخطی معادل تونن یا نورتن مدار خطی را قرار می‌دهیم، برای تحلیل مدار کافی است مشخصه $v-i$ المان غیرخطی را با مشخصه $v-i$ حاصل از معادله KVL یا KCL مدار قطع دهیم

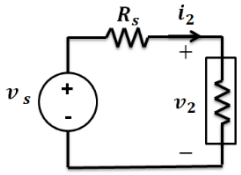




انواع مسائل مدارهای غیرخطی در روش ترسیمی

۱) اگر نقطه کار المان غیرخطی مشخص باشد: جریان و ولتاژ المان غیرخطی را روی مدار اعمال کرده و مانند یک مدار مقاومتی ساده تحلیل کنیم.

۲) اگر نقطه کار المان غیرخطی مشخص نباشد: ابتدا رابطه تعادلی المان غیرخطی را با رابطه تعادلی شبکه خطی دو سر آن قطع می‌دهیم، سپس مدار خطی را از دید المان غیرخطی ساده کنیم.



Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

سوالات چهارگزینه ای

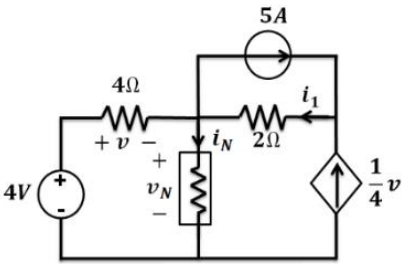
مثال۴-۶) در مدار شکل مقابل اگر $i_N = \frac{۳}{۲}\ A$ باشد، $i_۱$ چند آمپر است؟ (مدار دارای جواب یگانه است)(برق-۸۹)

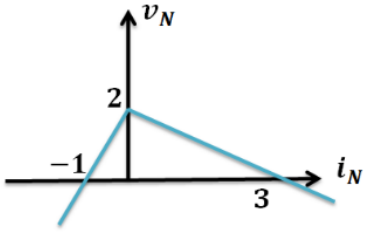
۱. $\frac{۲۳}{۴}$ ✓

۲. $\frac{۱۷}{۴}$

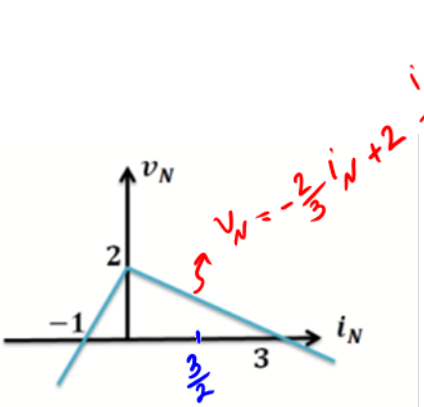
۳. $\frac{۱۷}{۸}$

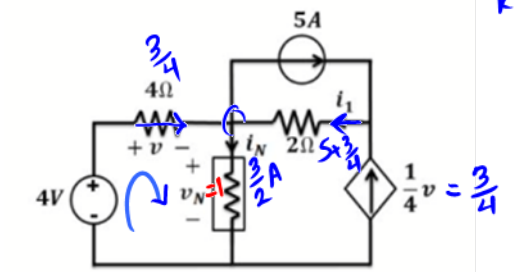
۴. $\frac{۲۳}{۸}$





پاسخ:

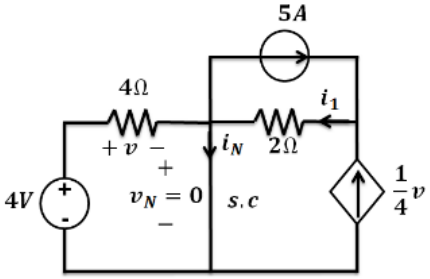


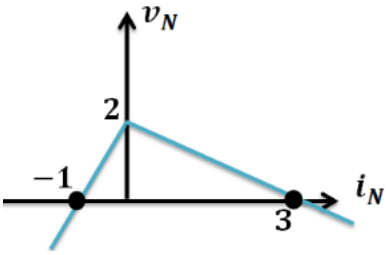


KVL: $4 = v + 1 \longrightarrow v = +3$

$i_1 = 5 + \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$

مثال۴-۷) در مثال قبل اگر $v_N = 0$ باشد، توان مقاومت $2\ \Omega$ چند وات است؟

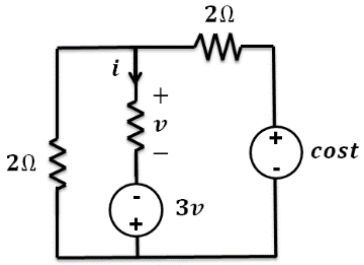


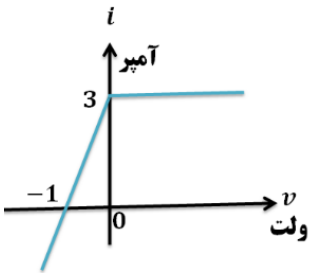


پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۴-۸) در مدار شکل زیر وقتی جریان مقاومت غیرخطی $i-v$ برابر با ۳ آمپر است، بیشترین مقدار v چند ولت است؟ (ارشد برق-۹۱)





۱. ۰

۲. $\frac{۱}{۲}$ ✓

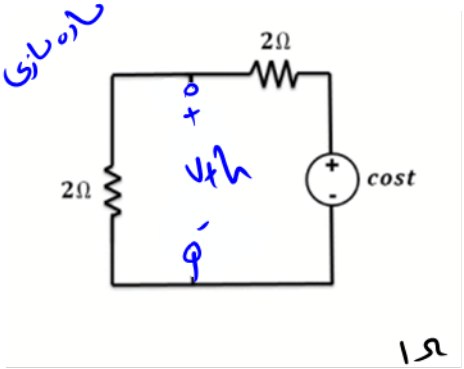
۳. ۲

۴. ۱

پاسخ:

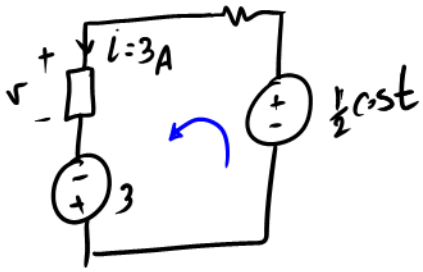
$i = 3A \longrightarrow v \geq 0$

ازدو اصل جایگزینی



$R_{th} = 2 \| 2 = 1\Omega$

$V_{th} = \cos t \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}\cos t$



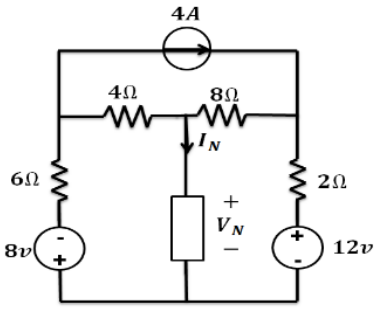
$kvl: -\frac{1}{2}\cos t + 3 + v - 3 = 0$

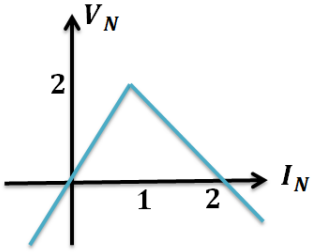
$v = \frac{1}{2}\cos t$

$\text{max } v = \frac{1}{2}$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۴-۹) مشخصه عنصر غیرخطی در شکل زیر بیان شده است، توان المان غیرخطی چند وات است؟





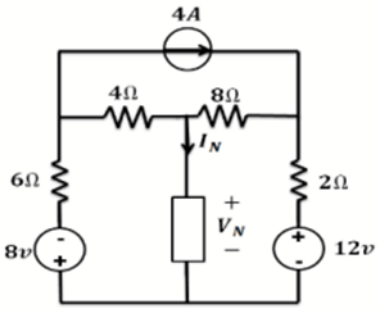
۱. $\frac{۴}{۷}$

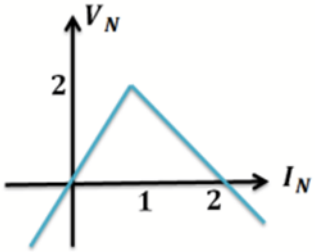
۲. $\frac{۲۰۰}{۴۹}$

۳. $\frac{۷}{۸}$

٤. $\frac{۸}{۹}$

پاسخ:



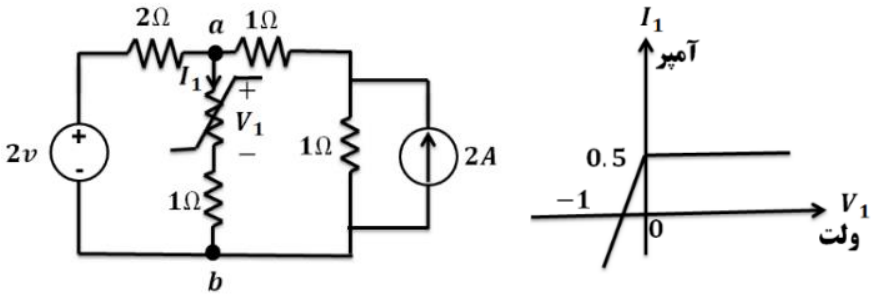


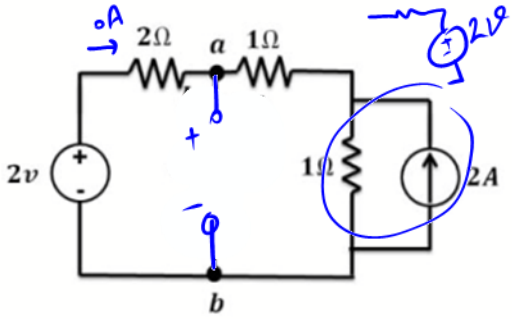
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۴-۱۰) ولتاژ v_{ab} در مدار زیر چند ولت است؟

۱. $\frac{1}{2}$
۲. ۲ ✓
۳. $\frac{3}{2}$
۴. $\frac{5}{2}$

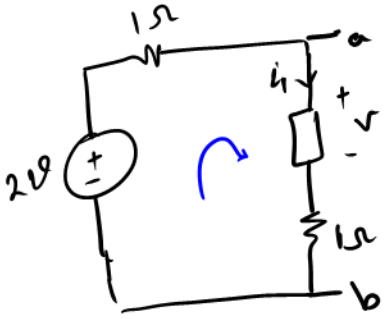
پاسخ:





$R_{th} = 2 \parallel (1+1) = 1\Omega$

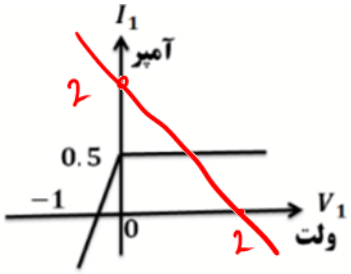
$V_{th} = 2V$



مش حفره مدار

$-2 + i_1 + v + i_1 = 0$

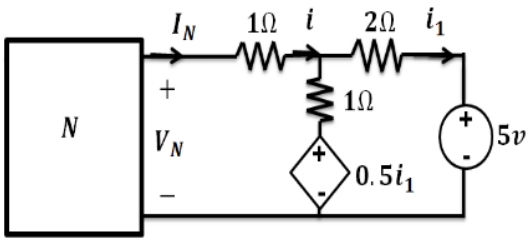
$i_1 = -v + 2$

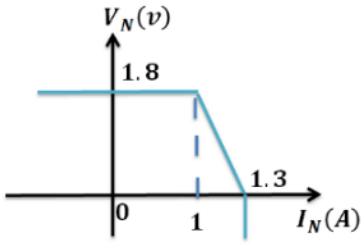


$i_1 = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{1}{2} = -v + 2 \longrightarrow v = \frac{3}{2}$

KVL $v_{ab} = v + i_1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$

مثال۴-۱۱) مشخصه یک قطبی N در مدار شکل زیر داده شده است، جریان i در این مدار برابراست با:





۱. $-\frac{۵}{۹}$

۲. $-\frac{۴}{۹}$

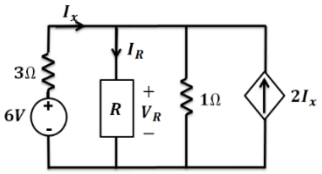
۳. $\frac{۵}{۹}$

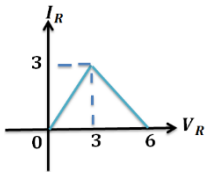
٤. $\frac{۴}{۹}$

پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

مثال۴-۱۲) در مدار شکل زیر مشخصه مقاومت غیرخطی R در شکل داده شده است. جریان I_R گذرنده از این مقاومت کدام است؟ (مهندسی کامپیوتر -۷۸)

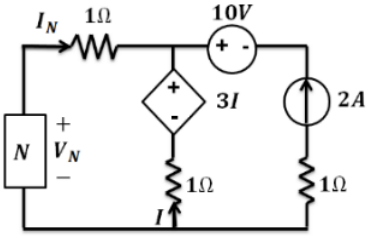


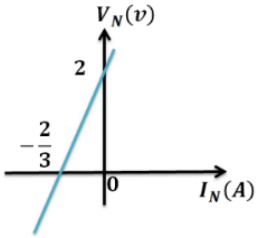


۱. ۱
۲. ۱/۵
۳. ۲
٤. ۲/۵

پاسخ:

مثال۴-۱۳) در مدار شکل زیر، مدار N دارای منحنی ولتاژ – جریان $(V-I)$ نشان داده شده در نمودار می‌باشد. جریان I_N چند آمپر است؟ (هوش-۹۱)





۱. ۲-
۲. ۴-
۳. ۱-
۴. ۳-

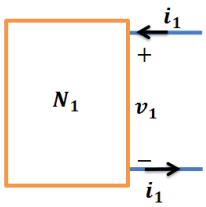
پاسخ:

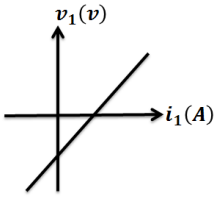
روش اول: ابتدا معادله مشخصه غیرخطی را بدست آورده و با معادله مدار تلاقی می‌دهیم، **روش دوم:** رابطه I_N و V_N رابطه ای خطی است، لذا مدار N خطی مقاومتی بوده و می‌توان به جای آن معادل تونن قرار داد.

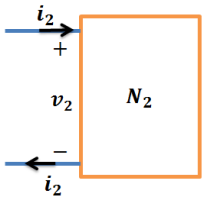
Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

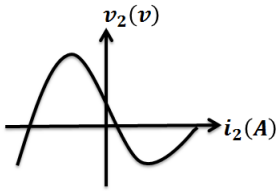
اتصال دو مدار به یکدیگر

دو مدار زیر را با مشخصه های داده شده را در نظر بگیرید.

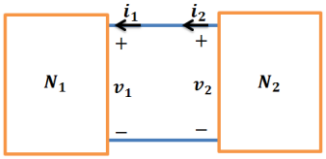




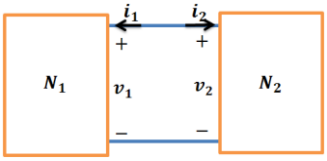




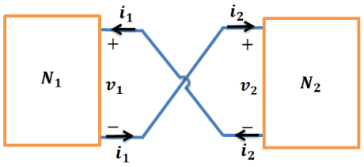
الف) اگر دو مدار به صورت رو به رو بهم متصل شوند، $v_1 = v_2$ و $i_1 = i_2$ است. نقطه کار، نقطه ای است که در مشخصه هر دو منحنی صدق کند و از برخورد دو منحنی بدست می‌آید.



ب) اگر دو مدار به صورت رو به رو بهم متصل شوند، $v_1 = v_2$ و $i_1 = -i_2$ است. برای پیدا کردن نقطه کار، ابتدا باید مشخصه یکی از مدارها را نسبت به جریان قرینه کرده، سپس با هم تلاقی دهیم.

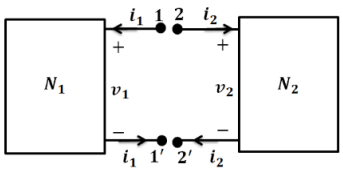


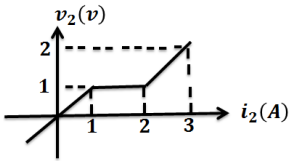
ج) اگر دو مدار به صورت رو به رو بهم متصل شوند، چون $v_1 = -v_2$ و $i_1 = i_2$ است. برای پیدا کردن نقطه کار ابتدا باید مشخصه یکی از مدارها را نسبت به ولتاژ قرینه کرده، سپس با هم تلاقی دهیم.



سوالات چهارگزینه ای

مثال۴-۱۴) دو شبکه شکل زیر را در نظر بگیرید در صورتی که سر ۲ را به ۱′ و سر ۱ را به ۲′ وصل کنیم. ولتاژ دائمی v_2 را تعیین کنید. شبکه N_1 دارای مشخصه $-v_1 + i_1 = 2$ و شبکه N_2 دارای مشخصه غیرخطی به فرم زیر می‌باشد.





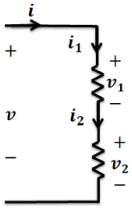
۱. ۱
۲. ۱/۵
۳. ۲
۴. ۰

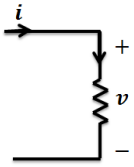
پاسخ:

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

تعیین رابطه تعادلی با روش ترسیمی

مقاومت‌های زیر را در نظر بگیرید، معادل مقاومت‌های غیرخطی سری $(i_1 - v_1)$ و $(i_2 - v_2)$ یک مقاومت غیرخطی با رابطه $(i - v)$ است.





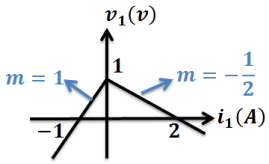
که در آن:

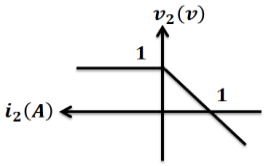
$$v = v_1 + v_2 \quad ، \quad i = i_1 = i_2$$

یعنی برای رابطه $v - i$ باید به ازای جریان‌های مساوی مشترک، ولتاژها را با جمع می‌کنیم. از لحاظ نموداری باید هر دو نمودار v برحسب i کشیده شود و دو نمودار را با هم جمع کنید. (شیب ها با هم جمع و نقاط نظیر به نظیر با هم جمع می‌شوند)

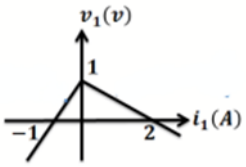
سوالات دست گرمی

مثال ۴-۱۵) منحنی مشخصه دو مقاومت غیر خطی به صورت زیر است. بعد از اتصال این دو مقاومت به صورت سری منحنی مشخصه به چه شکل خواهد بود؟

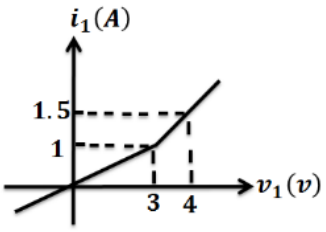


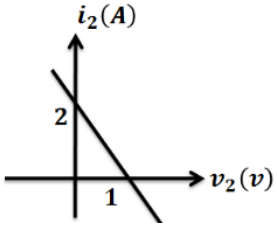


پاسخ:



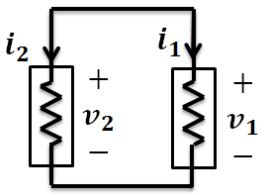
مثال ۴-۱۶) منحنی مشخصه دو مقاومت غیر خطی به صورت زیر است. بعد از اتصال این دو مقاومت به صورت موازی، منحنی مشخصه به چه شکل خواهد بود؟

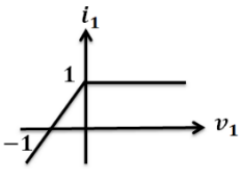


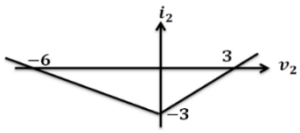


سوالات چهارگزینه ای

مثال۴-۱۷) اگر دو المان غیرخطی به صورت شکل زیر قرار گیرند، مقدار i_2 کدام است؟







۱. ۱

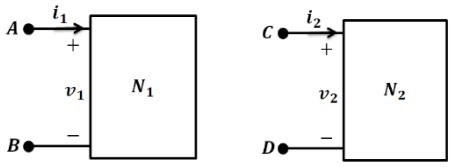
۲. ۲

۳. -۲

٤. -۱

پاسخ:

مثال۴-۱۷) مشخصه $i-v$ مربوط به دو مدار N_1 و N_2 مطابق شکل زیر داده شده است. اگر A را به D و B را به C وصل کنیم داریم: (برق-۶۷)



۱. $v_1 = -v_2 = \frac{1}{2}$ و $i_1 = i_2 = \frac{1}{2}$

۲. $v_1 = v_2 = \frac{1}{2}$ و $i_1 = -i_2 = \frac{1}{2}$

۳. $v_1 = -v_2 = \frac{1}{2}$ و $i_1 = i_2 = -\frac{1}{2}$

٤. $v_1 = -v_2 = -\frac{1}{2}$ و $i_1 = i_2 = \frac{1}{2}$

پاسخ:

روش سیگنال کوچک تحلیل مدارهای غیرخطی

اگر مدار غیرخطی باشد و ورودی‌های مدار علاوه بر منابع DC شامل منابع AC یا متناوب هم باشد به شرطی که دامنه سیگنال AC نسبت به منبع مستقل خیلی کوچک (حداقل ۰.۱ مقدار DC) باشد می‌توانیم از جمع آثار با روش زیر استفاده کنیم.

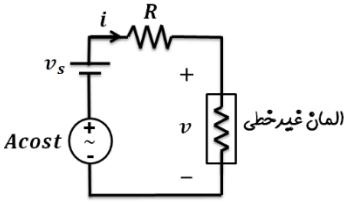
سوال: استاد!!! جمع آثار که فقط برای مدارهای خطی استفاده می‌شد!!!

جواب: کاملا درسته. قضیه جمع آثار فقط برای مدارهای خطی صادق بوده و این روش به نوعی تقریب جمع آثار در حالت خاص است که دامنه سیگنال AC نسبت به منبع مستقل خیلی کوچک (حداقل ۰.۱ کوچکتر) باشد. به عنوان مثال، مدار زیر را در نظر بگیرید:

در این مدار اگر:

$$A < ۰.۱v_s \quad \text{و} \quad A \ll v_s$$

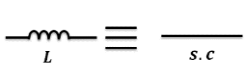
آن‌گاه:

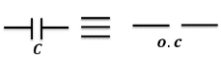


$$i = i\,|_{v_s=۰} + i\,|_{Acost=۰}$$

روش کار

گام اول: نقطه کار DC (پاسخ مدار به ورودی‌های ثابت) را بدست می‌آوریم. در این مرحله منابع AC را خاموش می‌کنیم. خازن‌ها اتصال باز و سلف‌ها را اتصال کوتاه می‌کنیم. نقطه کار DC مدار را با (i_Q, v_Q) نشان می‌دهیم.

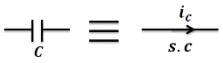


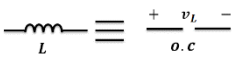


گام دوم: المان غیرخطی را حول نقطه کار DC تقریب مقاومت خطی می‌زنیم. (مدل سیگنال کوچک المان غیرخطی را جایگزین می‌کنیم)

$$v = f(i) \rightarrow R_{\text{خطی شده}} = \frac{\partial v}{\partial i}\,|_{(i_Q, v_Q)}$$

گام سوم: پاسخ AC مدار خطی شده را بدست می‌آوریم. در این حالت منابع DC را خاموش، خازن را اتصال کوتاه و سلف را مدار باز می‌کنیم.





گام چهارم: پاسخ کامل مدار حاصل جمع پاسخ AC و DC است.

سوال : بچه‌ها اگر به جای نمودار ولتاژ برحسب جریان، نمودار جریان برحسب ولتاژ را داشته باشیم چطور تقریب خطی مقاومت را بدست آوریم ؟

جواب: برای کنکور کافی‌ست به شکل زیر عمل کنیم:

$$i = f(v) \rightarrow \frac{۱}{R_{\text{خطی شده}}} = \frac{\partial i}{\partial v}\Big|_{(i_Q, v_Q)}$$

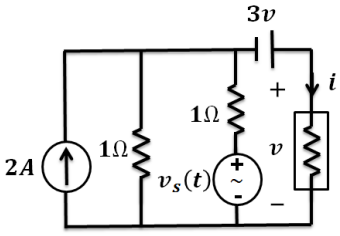
سوالات دست گرمی

مثال ۲۰-۴) در مدار زیر المان غیرخطی $i = \begin{cases} -v^۲ + v & v < ۵ \\ ۰ & v > ۵ \end{cases}$ بر حسب میلی آمپر توصیف می‌شود. سیگنال v_s توسط N تقویت می‌شود یا تضعیف؟ $(v_s = ۰.۱\ sint)$

پاسخ:

سوالات چهارگزینه ای

مثال۴-۲۱) در مدار زیر، ولتاژ $v(t)$ دو سر مقاومت غیرخطی به کدام جواب نزدیک تر است. $(v_s = ۰.۱۸\ cos\ ۲\ t)$ مشخصه مقاومت غیر خطی: $i = \begin{cases} v^۲ & v \geq ۰ \\ ۰ & v < ۰ \end{cases}$ (مهندسی برق -۸۸)



۱. $v(t) = ۲ + (۰.۰۳\ cos2t)$

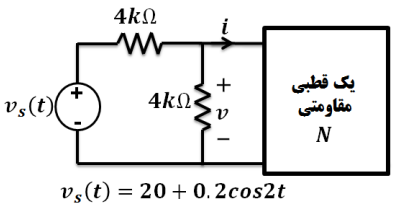
۲. $v(t) = ۲ + (۰.۰۶\ cos2t)$

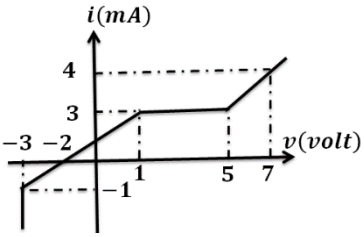
۳. $v(t) = ۴ + (۰.۰۱۸\ cos2t)$

٤. $v(t) = ۴ + (۰.۰۳۶\ cos2t)$

پاسخ:

مثال۴-۲۲) با توجه به مشخصه $v - i$ داده شده برای یک قطبی مقاومتی N ، مقدار v در مدار شکل زیر چند ولت است؟ (مهندسی برق-۷۵)





۱. ۴

۲. $۴ + ۰.۱\ cos\ ۲\ t$

۳. $۶ + ۰.۰۲\ cos\ ۲\ t$

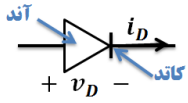
٤. $۶ + ۰.۰۵\ cos\ ۲\ t$

پاسخ:

دیود ایده آل

المان دوسر و نیمه رسانا است که شرایط خاصی برای عبور جریان دارد.

جهت قرار دادی جریان دیود از سر آند به سر کاتد است و ولتاژ قرار دادی دیود اختلاف ولتاژ سر آند نسبت به کاتد است.



انواع بایاس دیود

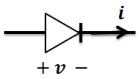
بایاس مستقیم:

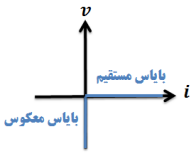
اگر بایاس مدار طوری باشد که جریان از آند به کاتد برقرار شود ، دیود در بایاس مستقیم و جریان دیودی، مثبت خواهد بود. در این حالت دیود ایده‌آل، اتصال کوتاه و ولتاژ دو سر آن صفر است.

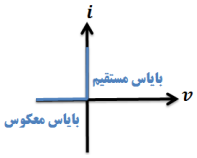
بایاس معکوس:

اگر بایاس مدار طوری باشد که جریان از کاتد به آند (معکوس) برقرار شود ، دیود در بایاس معکوس و جریان آن صفر خواهد بود. در این حالت دیود ایده‌آل، اتصال باز و ولتاژ دو سر آن منفی است.

مشخصه دیود ایده آل :





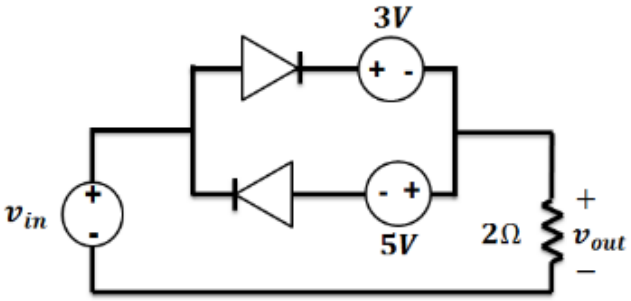


الگوریتم حل مسائل دیود

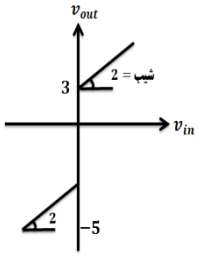
با توجه به جهت جریان در مدار، پیش فرضی مناسب برای عملکرد دیودها در نظر می‌گیریم .اگر فرض بر بایاس مستقیم باشد، دیود اتصال کوتاه و شرط $i > 0$ و اگر فرض بر بایاس معکوس باشد، دیود اتصال باز و شرط $v < 0$ باید اثبات شود. در صورت عدم اثبات شرط ، فرض اشتباه بوده و آن را تغییر می‌دهیم.

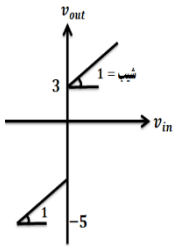
سوالات چهارگزینه ای

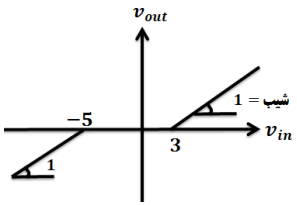
مثال ۴-۲۴) در مدار رو به رو دیودها ایده‌آل هستند. مشخصه $v_{out} - v_{in}$ کدام است؟(برق-۶۷)



پاسخ:

۱.


۲.


۳.


٤.
